Curso DSc
Microeconomia
Bacen - Básico
2018

Custos de Produção

Prof. Antonio Carlos Assumpção

Tópicos Discutidos

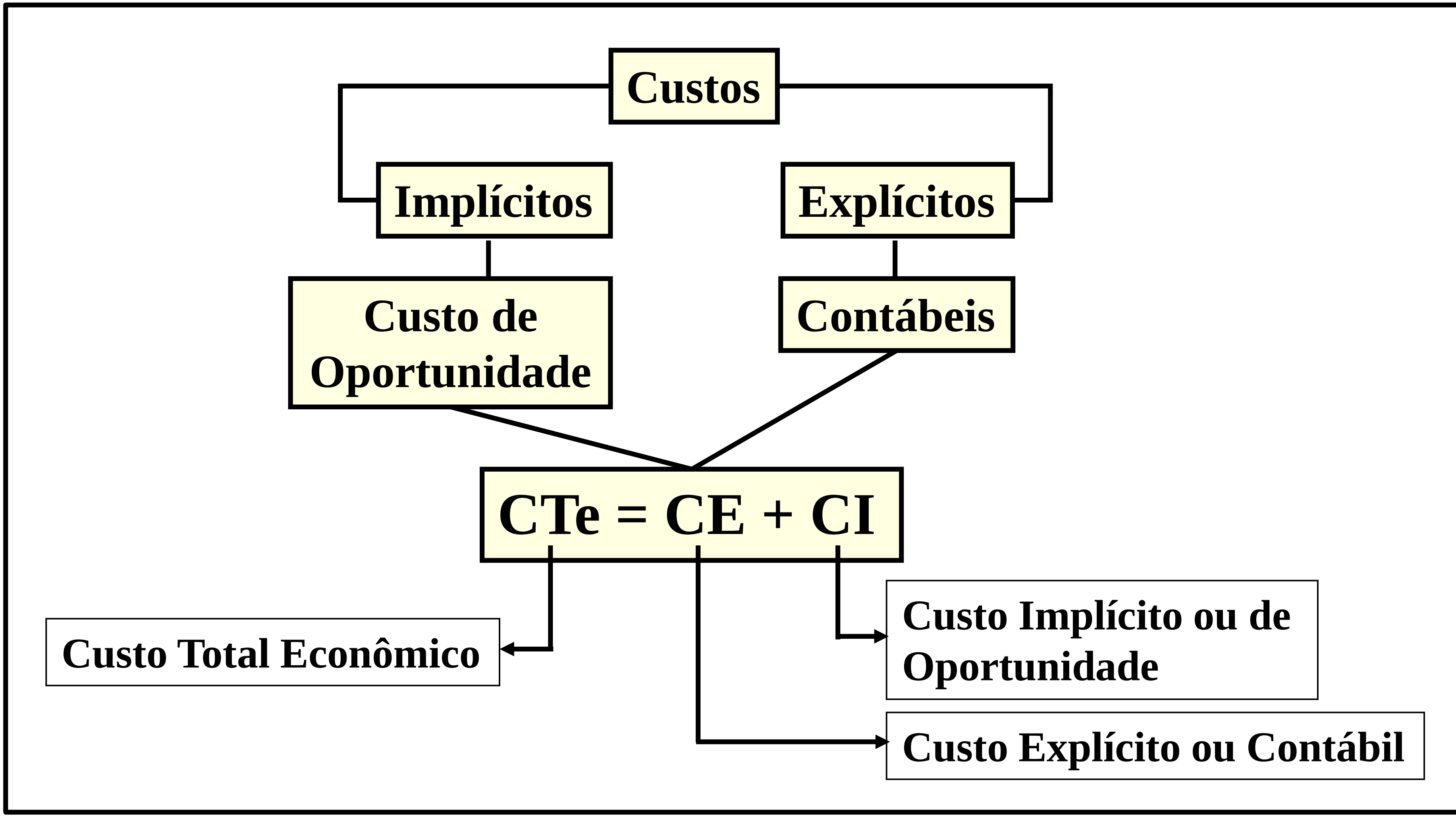
- Medição de Custos: Quais custos considerer ?
- Custos no Curto Prazo
- Custos no Longo Prazo
- Mudanças Dinâmicas nos Custos: Curva de Aprendizagem
- Economias de Escopo

Introdução

- Dada a tecnologia de produção, os administradores devem escolher *como* produzir.

- Veremos como determinar o nível ótimo de produto e a combinação de insumos, minimizadora de custos.

Medição de Custos:
Quais Custos Considerar ?



Medição de Custos: Quais Custos Considerar ?

- **Custo de Oportunidade**
  - Custos associados às oportunidades deixadas de lado, caso a firma não empregue seus recursos da maneira mais rentável.

- Exemplo
  - Uma firma é proprietária do edifício onde opera e, portanto, não paga aluguel
  - Isso significa que o custo do espaço ocupado pelos escritórios da firma é zero?

Medição de Custos: Quais Custos Considerar ?

- **Custos Irreversíveis *(Sunk Costs)***
  - São despesas que já ocorreram e não podem ser recuperadas.
  - Esses custos não deveriam afetar as decisões da firma.

Medição de Custos: Quais Custos Considerar ?

- **Exemplo**
  - Uma firma paga $500.000 por uma opção de compra de um edifício.
  - O custo do edifício é $5 milhões; logo, o custo total é $5,5 milhões.
  - A firma encontra um segundo edifício pelo preço de $5,25 milhões.
  - Qual edifício a firma deveria comprar ?

Custos Explícitos

- **Custos Totais**

$$\mathbf{CT = CF + CV}$$

- onde:
  - CF = custo fixo; custo que independe da quantidade produzida.
  - CV = custo variável; custo que depende da quantidade produzida.
  - CT = custo tota.

Custos Explícitos

- Também podemos tratar os custos usando os fatores de produção e suas respectivas remunerações. Usando a mão-de-obra como único fator variável, temos:

$$\boxed{CT = rK + wL}$$

- onde:
  - **w** = remuneração da mão-de-obra (salário)
  - **r** = remuneração do capital (taxa de juros)

Desta forma, wL é o custo variável e rK o custo fixo.

Custos Médios (Unitários)

$$CTMe = \frac{CT}{Q}$$ → **Custo Total Médio**

$$CVMe = \frac{CV}{Q}$$ → **Custo Variável Médio**

$$CFMe = \frac{CF}{Q}$$ → **Custo Fixo Médio**

Desta forma: CTMe = CFMe + CVMe

Custos X Produtividades

- **Relação Fundamental:**

Custos = Inverso das Produtividades

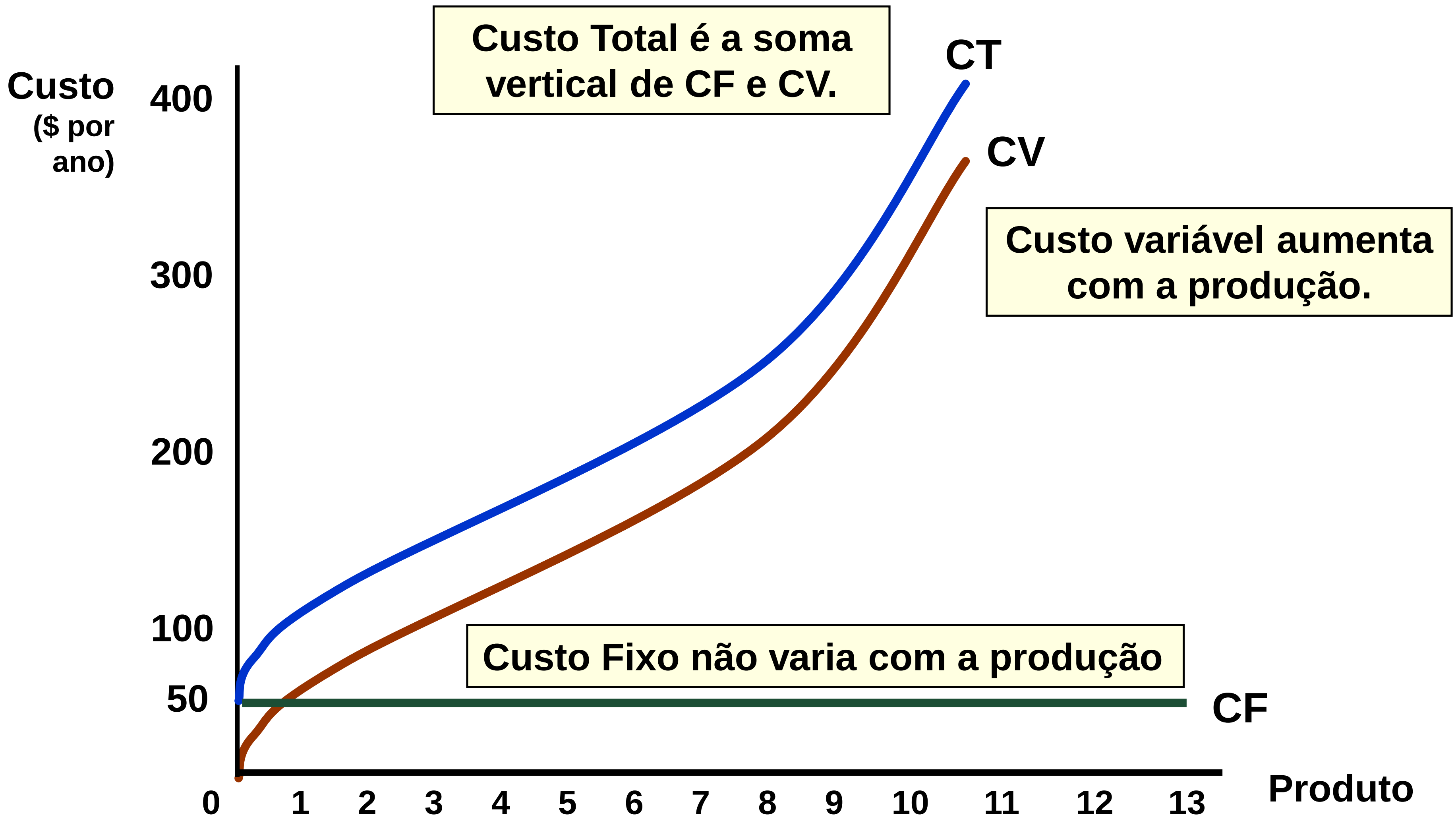
- Como $\mathbf{CV = wL} \;\Rightarrow\; \mathbf{CVMe} = \dfrac{wL}{Q}$

- Logo: $$CVMe = w\frac{1}{PMeL}$$

Curva de Custos da Empresa

Q	CF	CV	CT	CMg	CFM	CVM	CTM
0	50	0	50	---	---	---	---
1	50	50	100	50	50.0	50.0	100.0
2	50	78	128	28	25.0	39.0	64.0
3	50	98	148	20	16.7	32.7	49.3
4	50	112	162	14	12.5	28.0	40.5
5	50	130	180	18	10.0	26.0	36.0
6	50	150	200	20	8.3	25.0	33.3
7	50	175	225	25	7.1	25.0	32.1
8	50	204	254	29	6.3	25.5	31.8
9	50	242	292	38	5.6	26.9	32.4
10	50	300	350	58	5.0	30.0	35.0
11	50	385	435	85	4.5	35.0	39.5

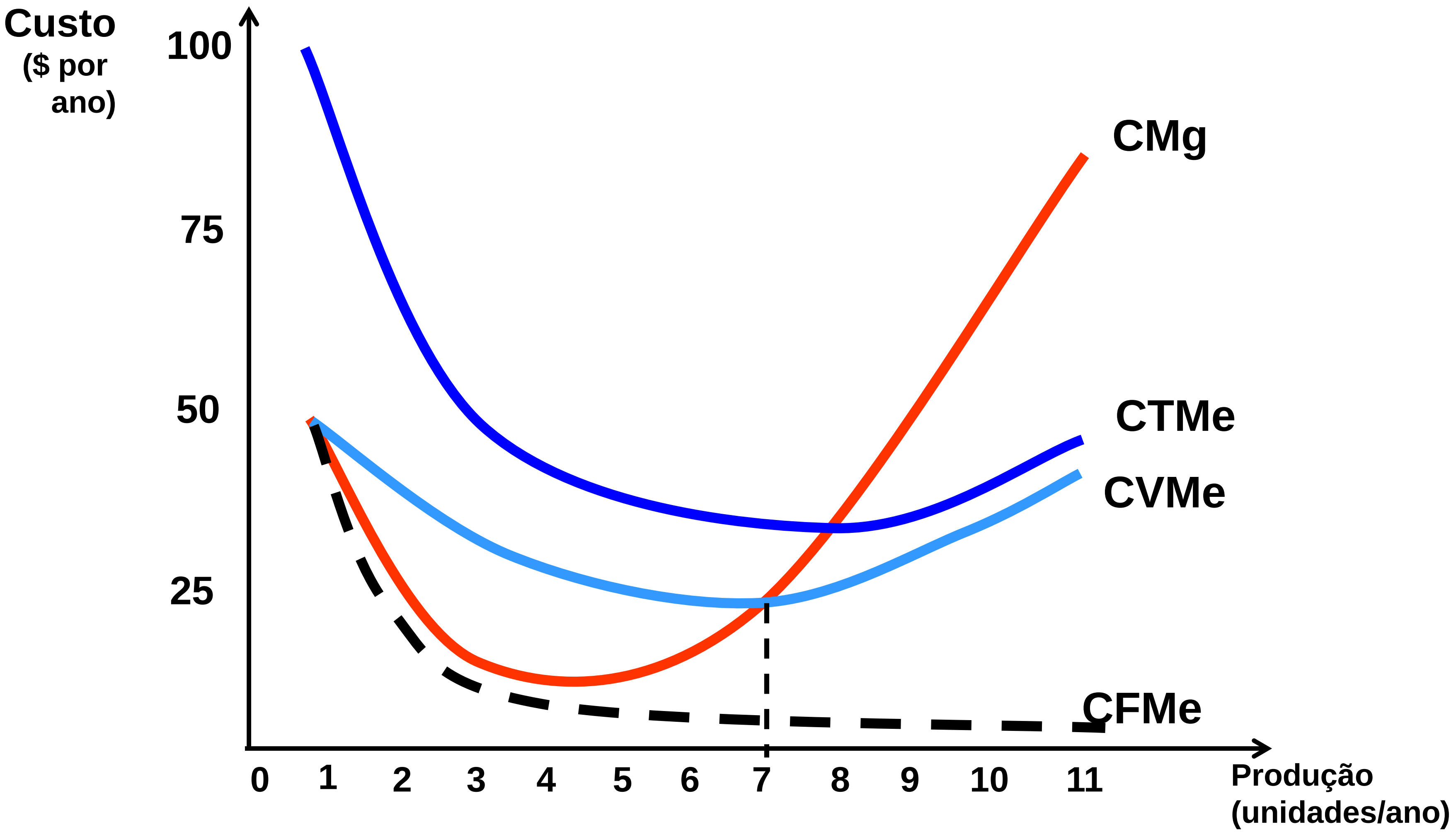
Curva de Custos da Empresa



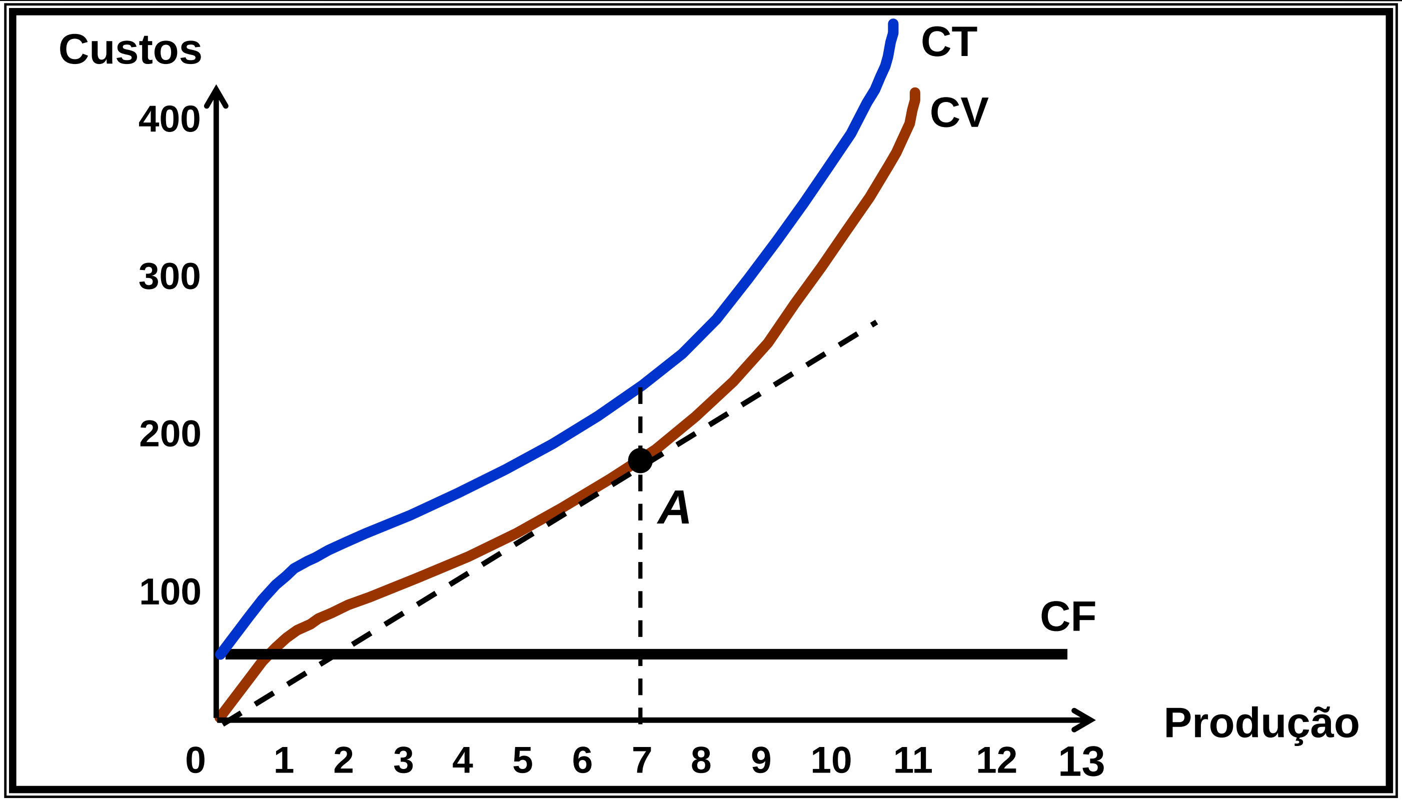
Curva de Custos da Empresa

- O custo fixo é uma reta, pois é o mesmo para qualquer quantidade produzida.
- O formato da curva de custo variável pode ser explicado pela lei dos rendimentos marginais decrescentes. Enquanto a produtividade estiver crescendo o custo variável crescerá à taxas decrescentes. Quando a produtividade passa a decrescer o custo variável passa a crescer à taxas crescentes;
- A curva de custo total é paralela à curva de custo variável, pois tal custo é o somatório dos custos fixo e variável.

Curva de Custos da Empresa

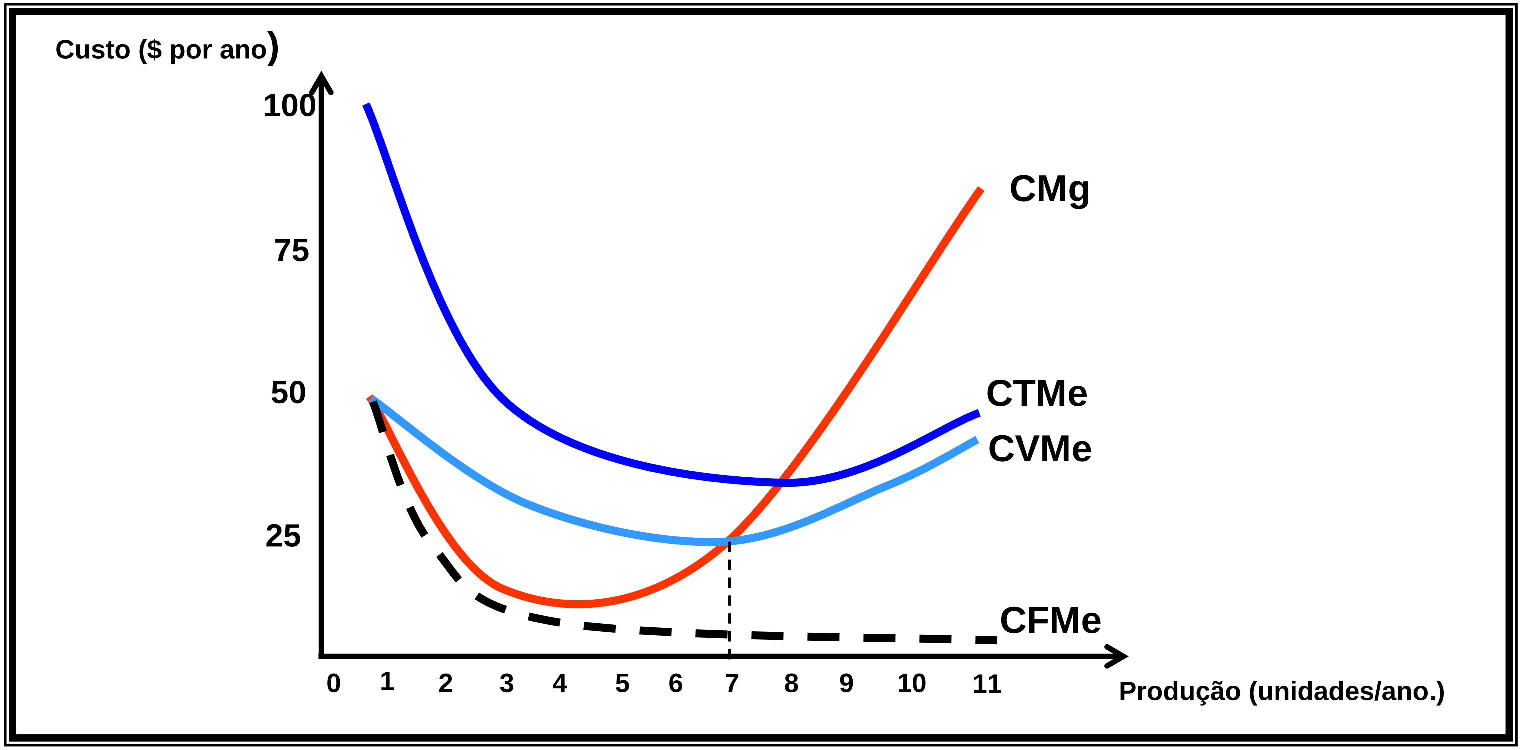


Curva de Custos da Empresa



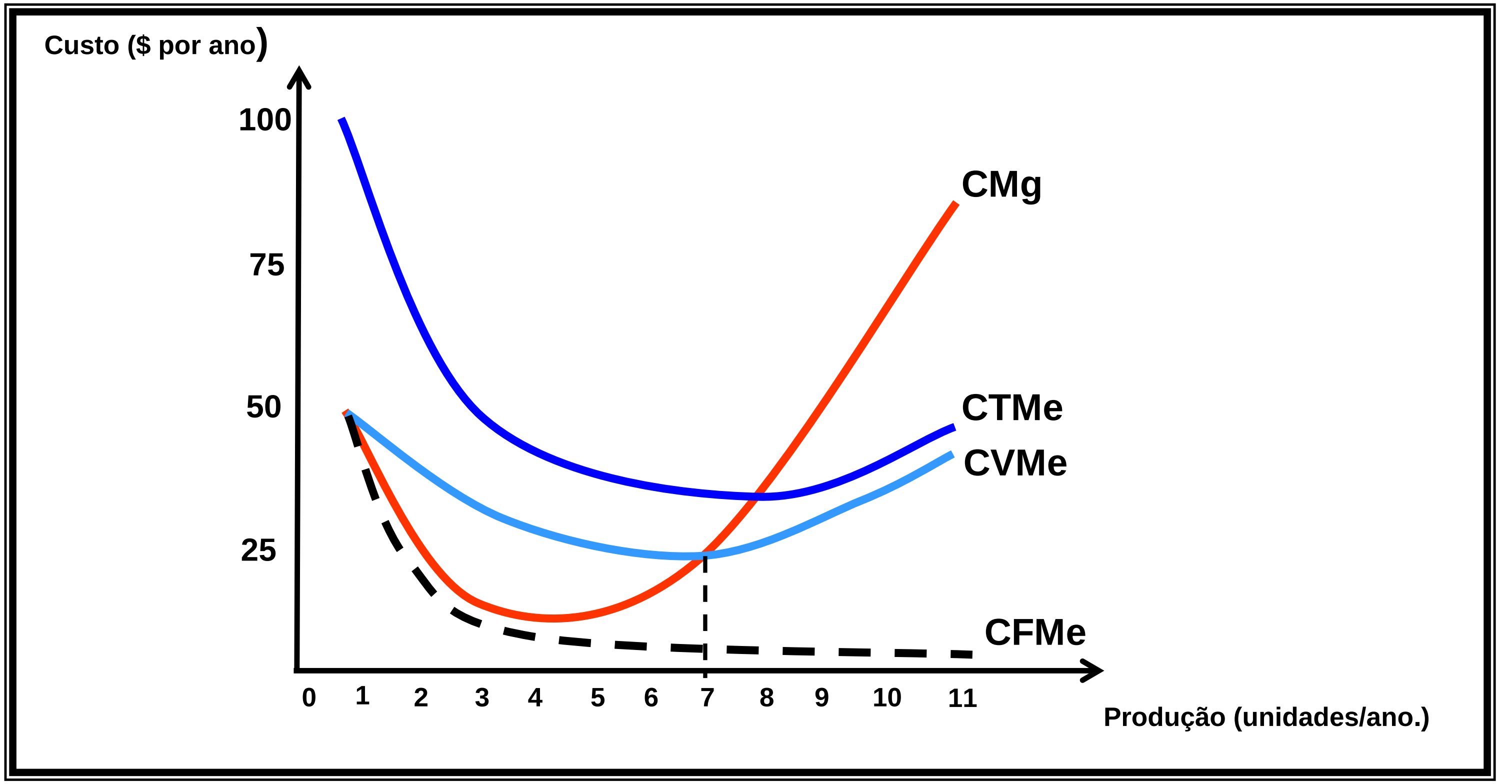
- Com relação à reta que parte da origem e tangencia a curva de custo variável:
  - Inclinação = CVMe
  - A inclinação da curva de CV num ponto = CMg
  - Logo, CMg = CVMe para 7 unidades de produção (ponto *A*)

Curva de Custos da Empresa



- Custos unitários
  - CFMe diminui continuamente
  - Quando CMg < CVMe ou CMg < CTMe, CVMe & CTMe diminuem
  - Quando CMg > CVMe ou CMg > CTMe, CVMe & CTMe aumentam

Curva de Custos da Empresa



- **Custos unitários**
  - **CMg = CVMe,CTMe nos pontos de mínimo de CVMe e CTMe**
  - **O CVMe mínimo ocorre num nível de produção mais baixo que o CTMe mínimo, devido ao CF**

Custos Unitários: Um resumo

- O formato em U das curvas de CVMe, CTMe e Cmg é explicado pela lei dos rendimentos marginais decrescentes.

- A curva de CFMe é uma hipérbole, pois à medida que a quantidade produzida aumenta, o custo fixo vai sendo diluído, diminuindo seu valor por unidade, ou seja, diminuindo o CFMe. Note então, que a diferença entre o CTMe e o CVMe vai diminuindo com o aumento da quantidade produzida.

Custos Unitários: Um resumo

- A curva de custo marginal corta as curvas de custo variável médio e custo total médio em seus respectivos pontos de mínimo, pois o custo marginal é a variação no custo, dada uma variação na quantidade de forma que, somente quando este for maior do que a média, a média estará crescendo.

Custos no Longo Prazo: Minimização de Custos

- O problema da firma agora passa a ser: como selecionar os insumos, de forma a obter um determinado nível de produção com o menor custo possível ?

A Linha de Isocusto

- A linha de isocusto nos mostra todas as combinações possíveis de trabalho e capital que podem ser adquiridas ao mesmo custo total. Logo:

$$CT = rK + wL \Rightarrow \boxed{K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}L}$$

Taxa de depreciação + taxa de juros

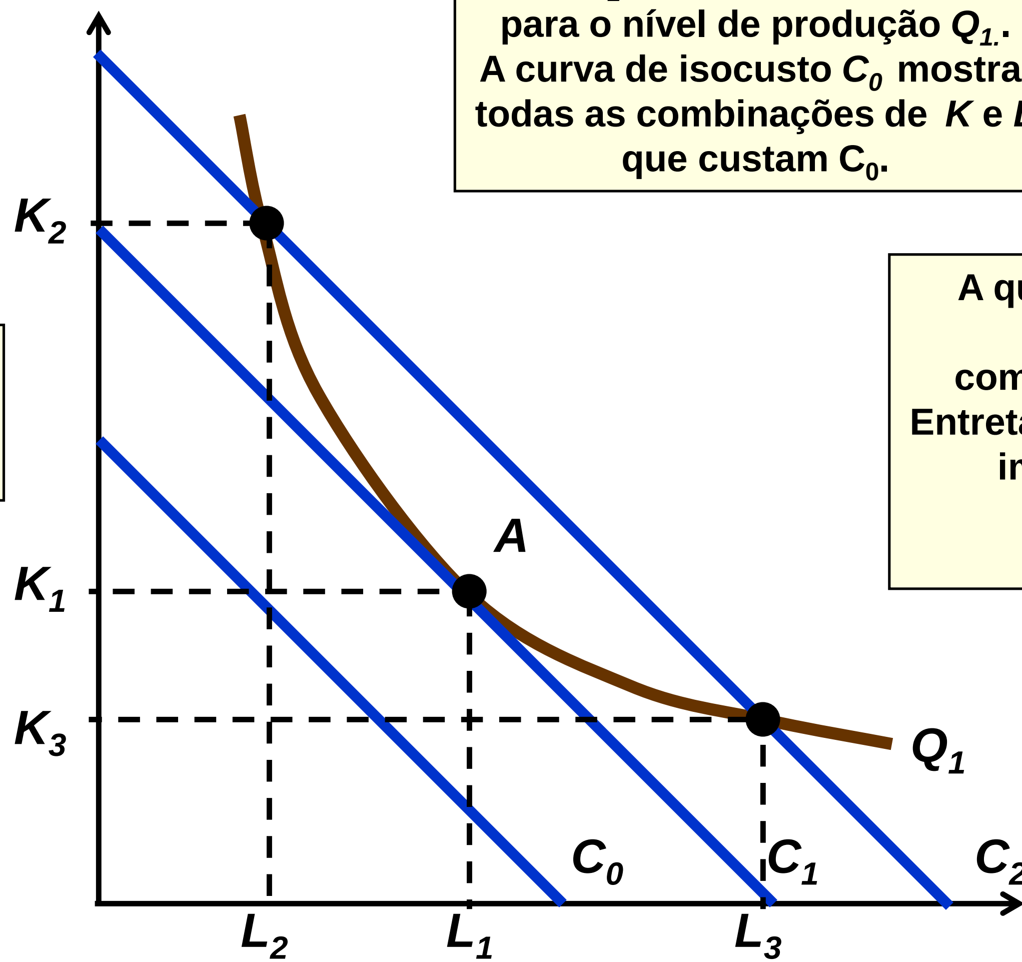
Equação de reta que determina a linha de isocusto

Produção com Custo Mínimo

Capital por ano

Q_1 *é* uma isoquanta
para o nível de produção Q_1.
A curva de isocusto C_0 mostra
todas as combinações de *K* e *L*
que custam C_0.

C_O C_1 C_2 são
três linhas
de isocusto



A quantidade Q_1 pode ser
produzida com as
combinações K_2L_2 ou K_3L_3.
Entretanto, essas combinações
implicam custo maior
relativamente à
combinação K_1L_1.

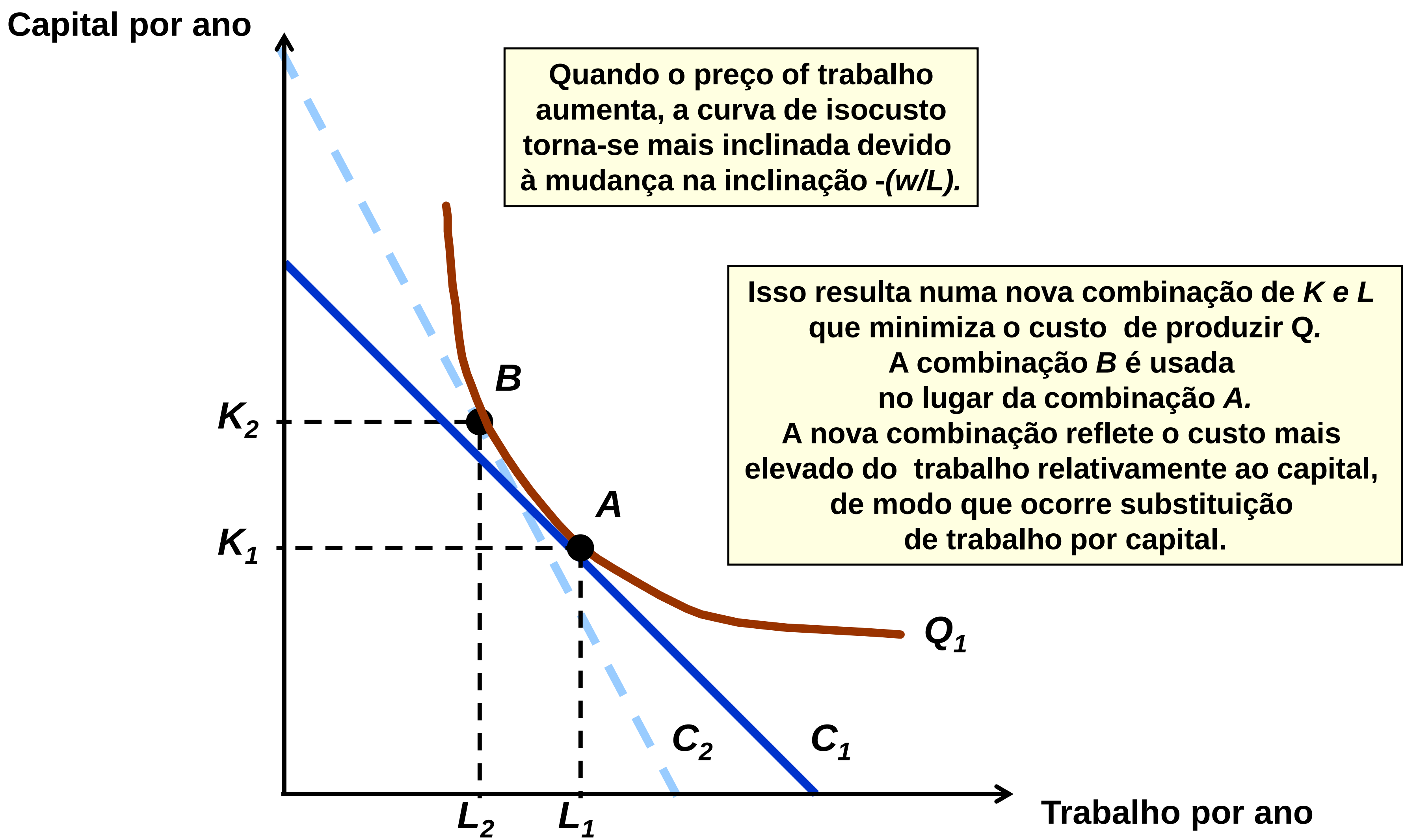
Trabalho por ano

A Escolha Minimizadora de Custos

- Note que o equilíbrio que ocorre no ponto A, com K_1 e L_1 implica em:

$$\underbrace{\boxed{TMgs_{K,L}}}_{\text{Inclinação da Isoquanta}} = \underbrace{\boxed{\frac{w}{r}}}_{\text{Inclinação da Linha de Isocusto}} \Rightarrow \boxed{\frac{PMgL}{PMgk} = \frac{w}{r}}$$

Substituição de Insumos Quando o Preço de um Insumo Varia



Exemplo

- Suponha um processo produtivo que possa ser descrito por:

$$Q = 2K^{0,5}L^{0,5} \Rightarrow Q = 2\sqrt{K}\sqrt{L} \quad ,$$

$$com \quad r = 5 \;\; , \quad w = 6 \quad e \quad CT = 36000$$

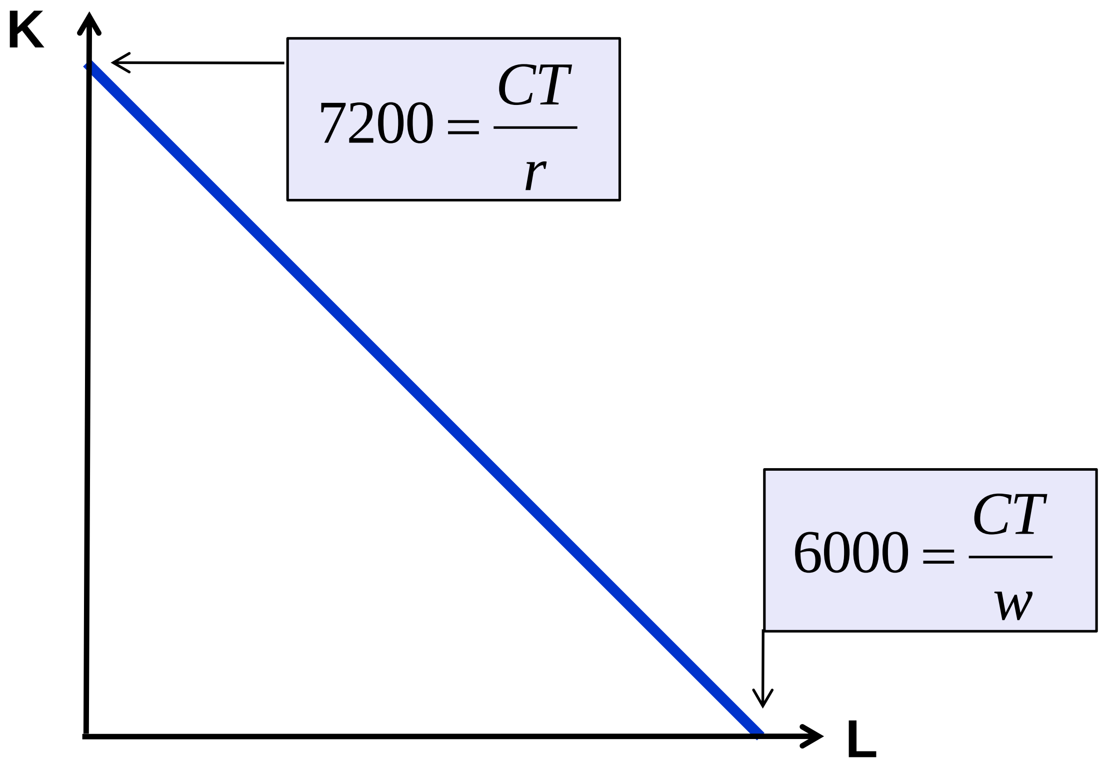
- Logo, a isocusto é dada por:

$$CT = rK + wL \Rightarrow K = \frac{CT}{r} - \frac{w}{r}L$$

Exemplo

$$K = 7200 - 1,2L$$

$$Se \quad K = 0 \Rightarrow L = 6000 = \frac{CT}{w} \quad \rightarrow \quad Se \quad L = 0 \Rightarrow K = 7200 = \frac{CT}{r}$$



Exemplo

- Em equilíbrio, temos:

$$TMg^{T}_{S(K,L)} = -\frac{PMg_L}{PMg_K} \Rightarrow -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = -\frac{\frac{2\sqrt{K}}{2\sqrt{L}}}{\frac{2\sqrt{L}}{2\sqrt{K}}} = -\frac{2\sqrt{K}}{2\sqrt{L}}\frac{2\sqrt{K}}{2\sqrt{L}} = \boxed{-\frac{K}{L}}$$

$$Em \quad equil. \Rightarrow -\frac{K}{L} = -\frac{w}{r} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{6}{5} \Rightarrow \boxed{K = 1{,}2L}$$

Isolinha (caminho de expansão)

- Substituindo na Isocusto, temos:

Exemplo

$$1,2L = 7200 - 1,2L \Rightarrow 2,4L = 7200$$

$$\boxed{L^* = 3000 \Rightarrow K^* \Rightarrow 3600}$$

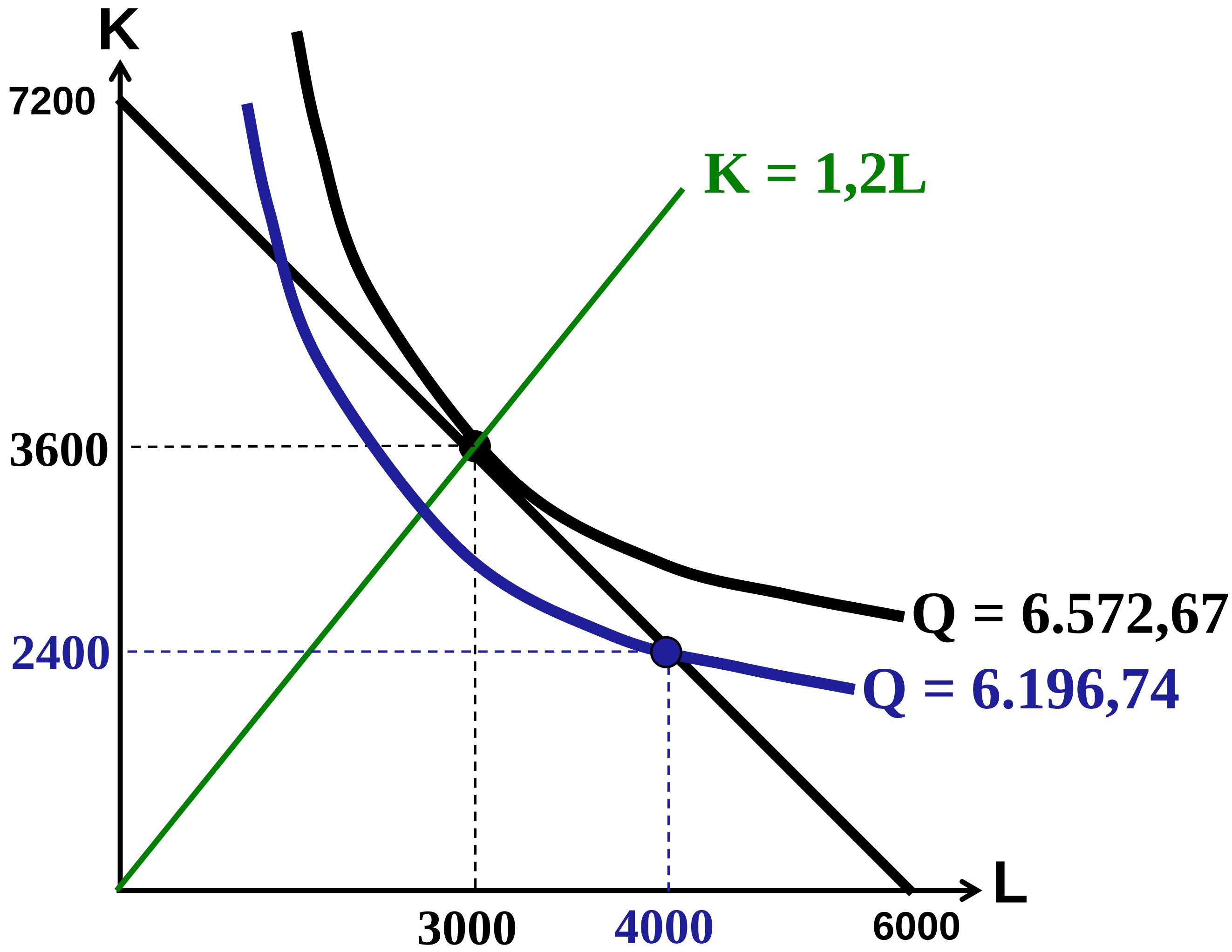
$$Isoquanta \rightarrow Q = 2\sqrt{3600}\sqrt{3000} \Rightarrow \boxed{Q^* = 6572,67}$$

- Note que, qualquer outra combinação de K e L que custe $36000 representará uma produção menor que 6572,67.
- Por exemplo, se K = 2400 e L = 4000, temos:

$$36000 = 5 \bullet 2400 + 6 \bullet 4000$$

$$Q = 2\sqrt{2400}\sqrt{4000} \Rightarrow Q = 6196,74$$

Exemplo



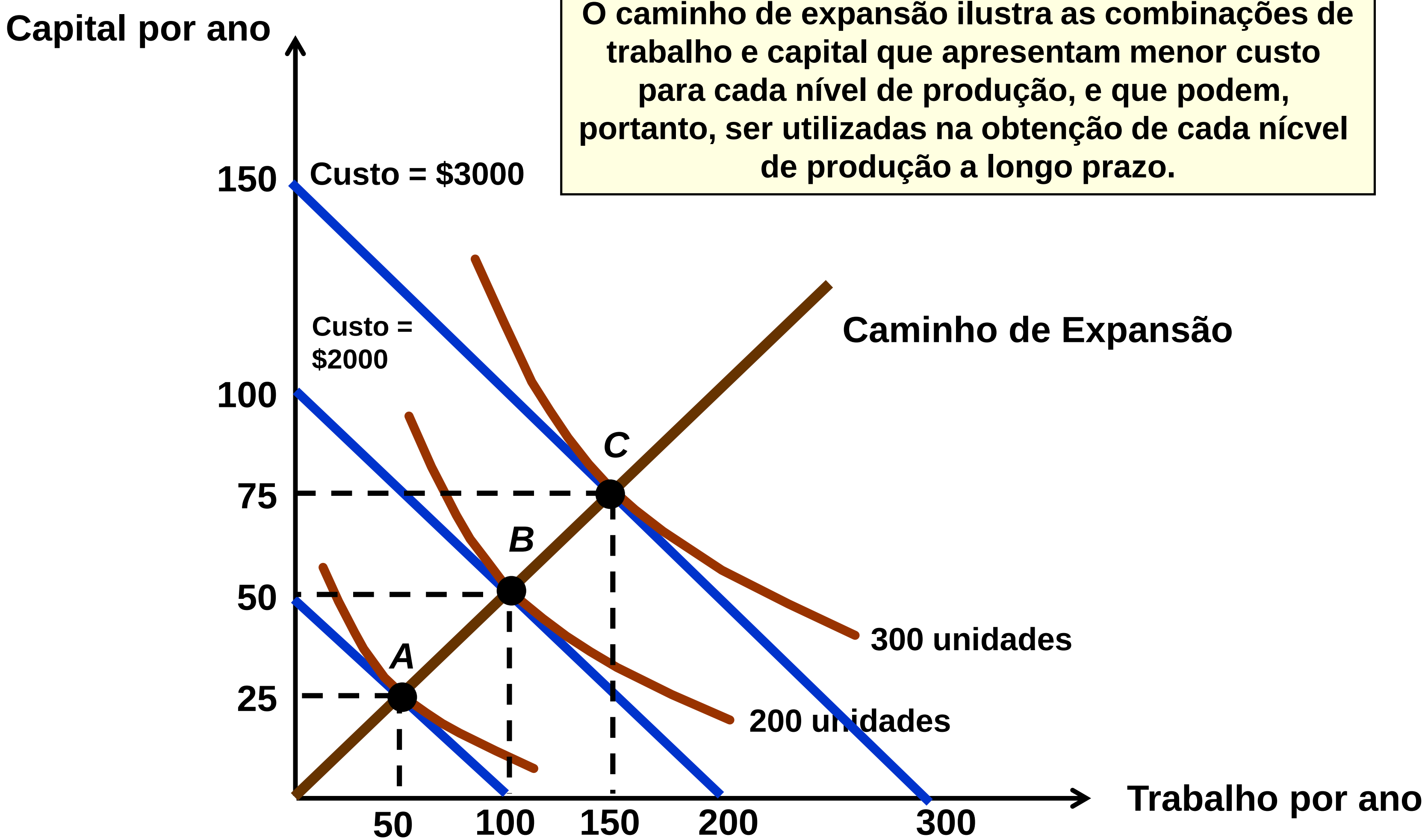
Custo Médio no Longo Prazo

- No longo prazo, a capacidade de variar a quantidade de capital permite que a empresa reduza seus custos via aumentos (ou diminuições) na escala de produção. Dessa forma, o que determina o formato das curvas de custo médio e marginal de longo prazo são, justamente, os rendimentos de escala, que podem ser crescentes, decrescentes ou constantes.

Custo Médio no Longo Prazo

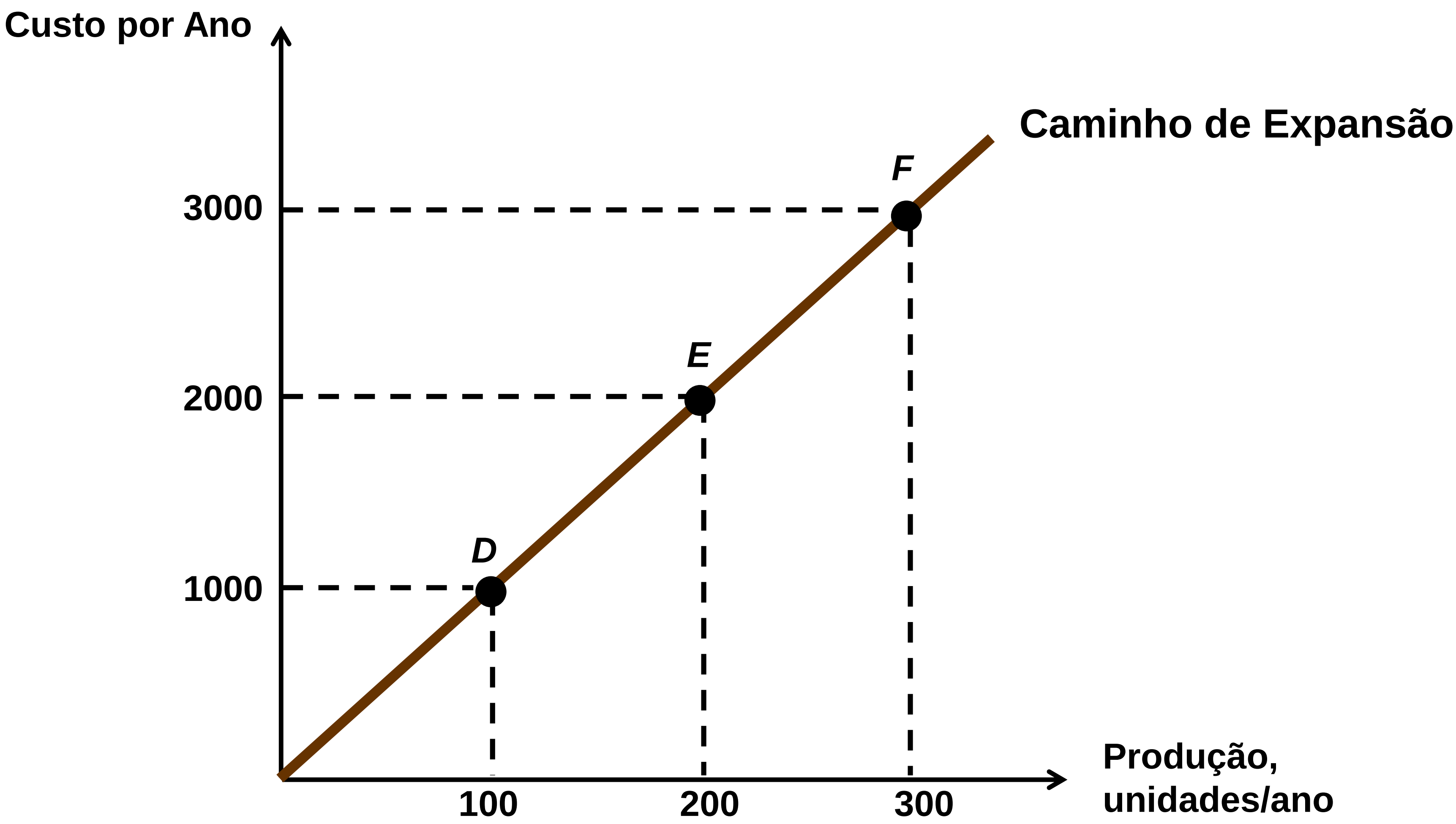
- Minimização de Custos com Níveis de Produção Variando
  - O caminho de expansão da empresa representa as combinações de trabalho e capital que apresentam menores custos para cada nível de produção.

Caminho de Expansão da Firma

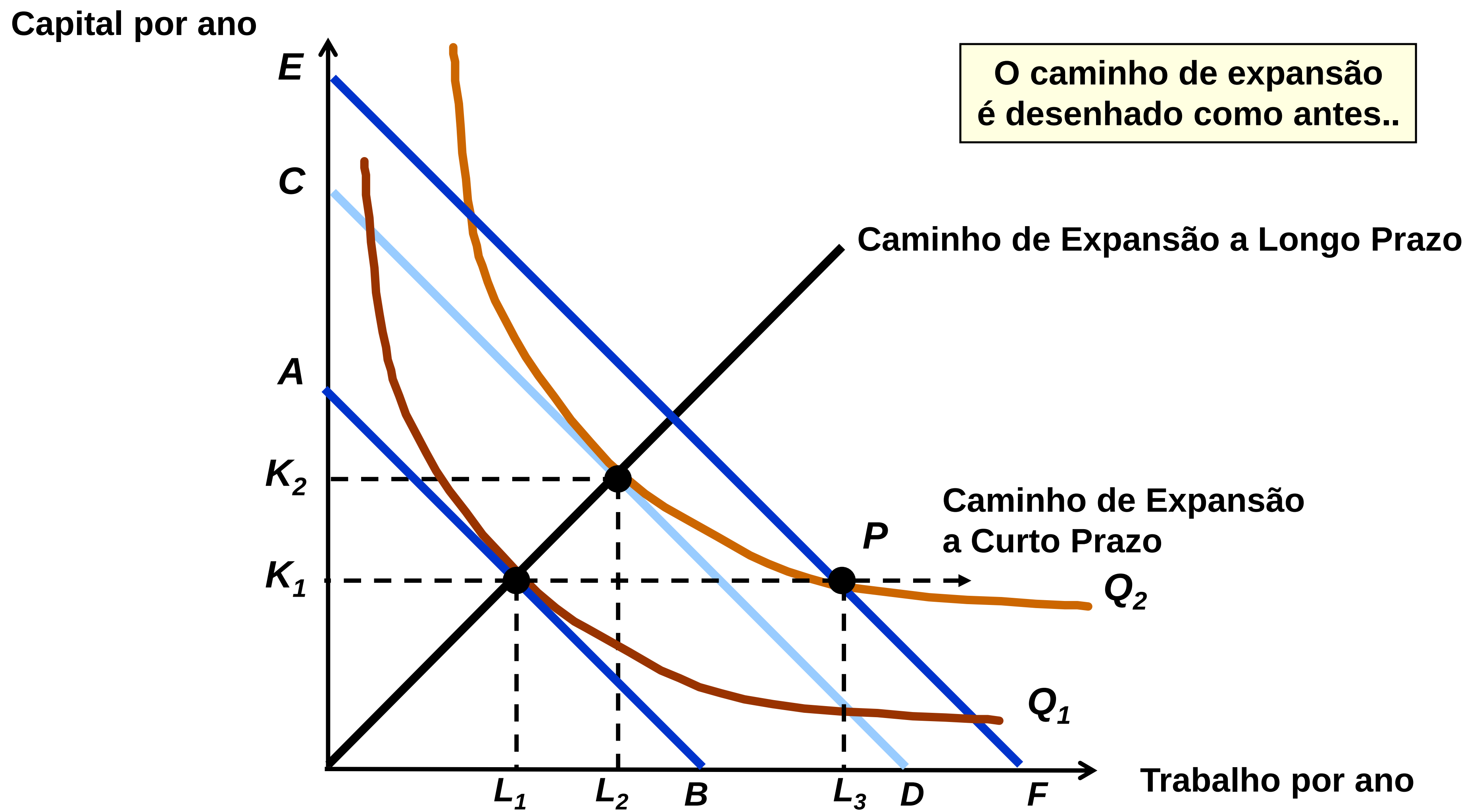


O caminho de expansão ilustra as combinações de trabalho e capital que apresentam menor custo para cada nível de produção, e que podem, portanto, ser utilizadas na obtenção de cada nícvel de produção a longo prazo.

A Curva de Custo Total de Longo Prazo da Firma



Inflexibilidade da Produção de Curto Prazo



Custo Médio no Longo Prazo

- Elasticidade Escala
  - Mede a variação proporcional na produção dada uma expansão de todos os insumos na mesma proporção.

$$E_E = \frac{\dfrac{\Delta Q}{Q}}{\boxed{\dfrac{\Delta \lambda}{\lambda}}}$$

$E_E > 1$: rendimentos crescentes de escala

$E_E < 1$: rendimentos decrescentes de escala

$E_E = 1$: rendimentos constantes de escala

Variação proporcional na escala de produção

Custo Médio no Longo Prazo

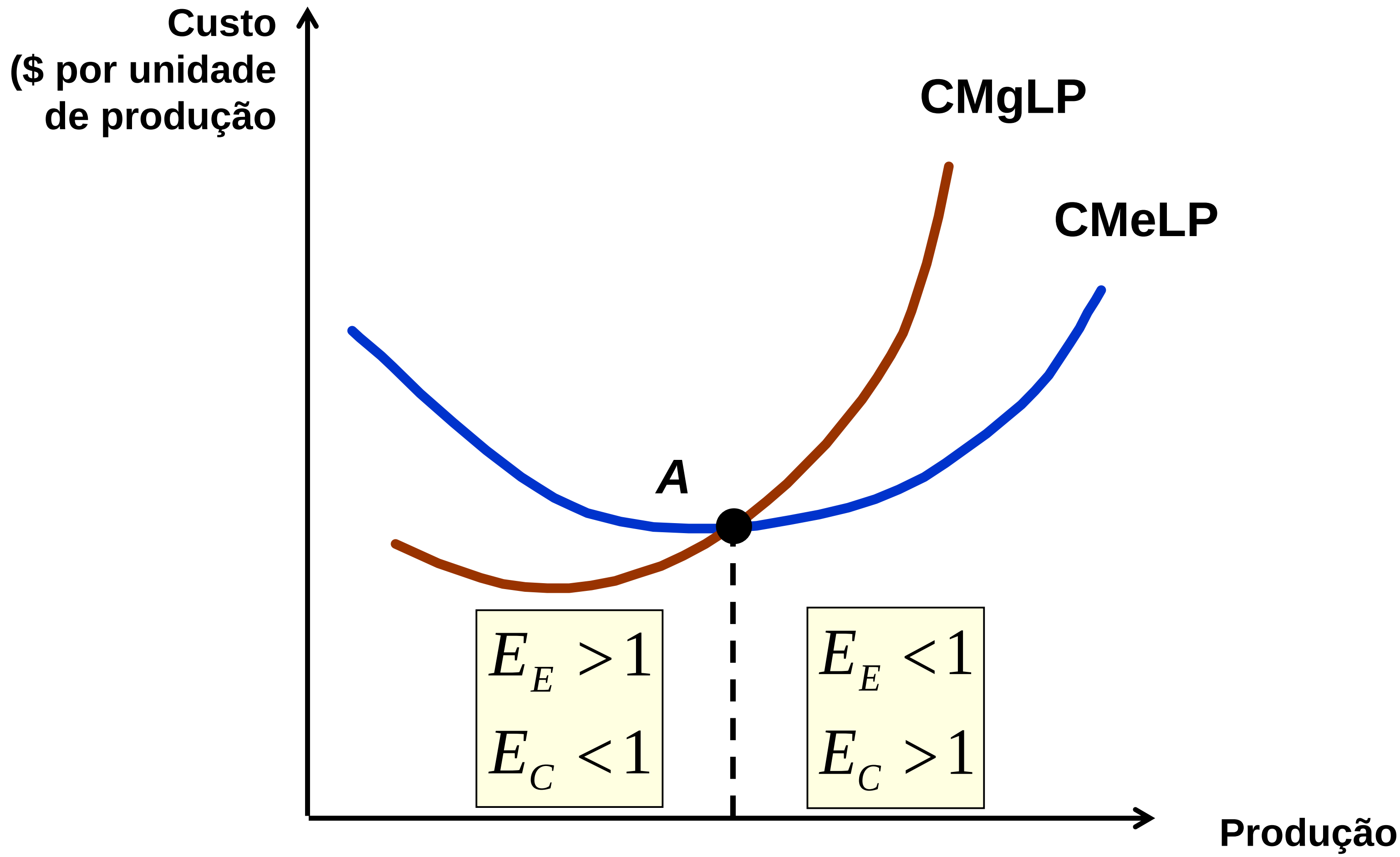
- Elasticidade Custo
  - Como vimos que a produtividade é o inverso do custo correspondente, podemos definir a elasticidade custo da seguinte maneira:

$$E_C = \frac{\frac{\Delta CT}{CT}}{\frac{\Delta Q}{Q}} = \frac{1}{E_E}$$

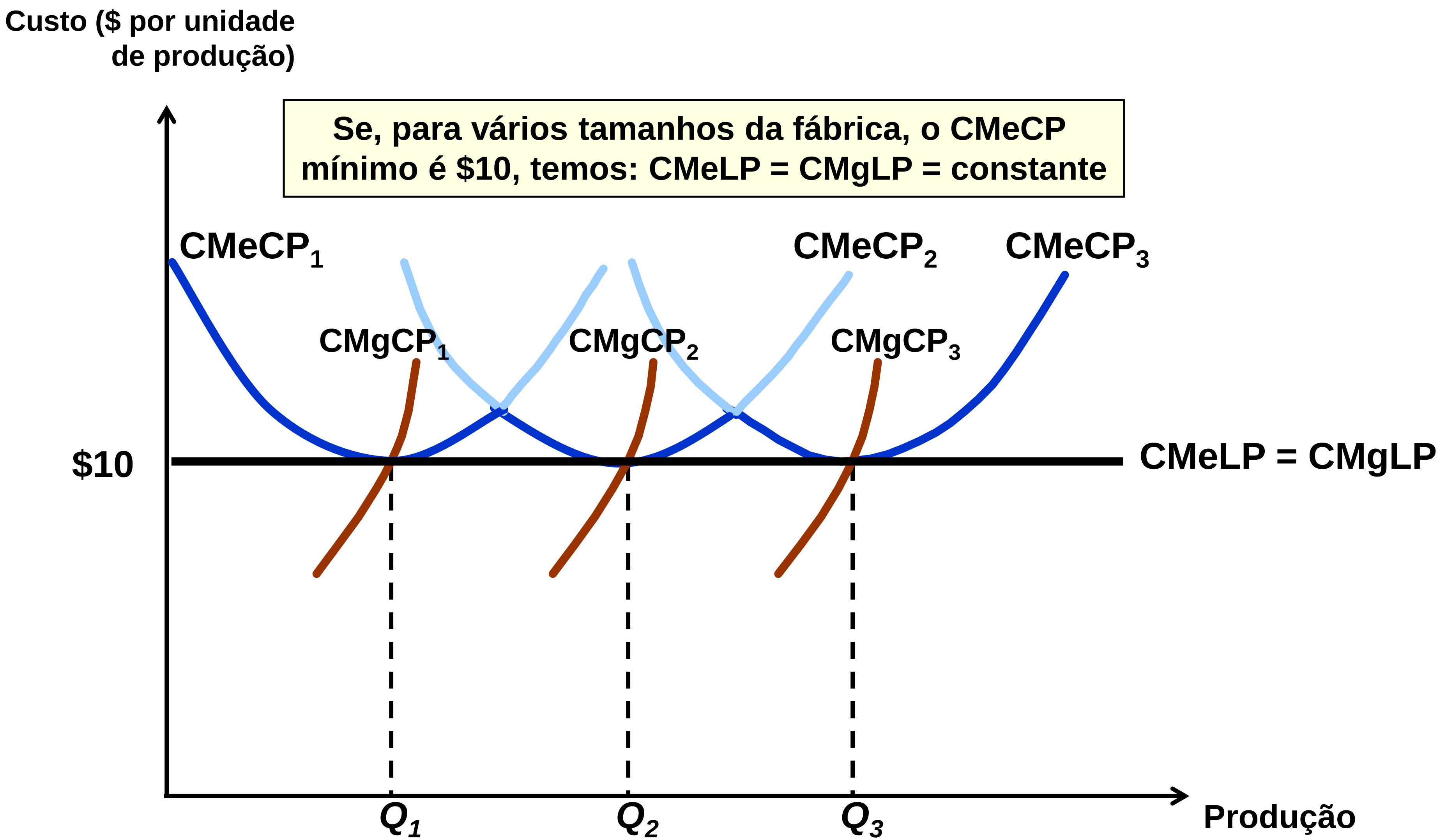
Custo Médio no Longo Prazo

- Portanto, alterando a escala de produção, podemos ter 3 resultados diferentes:
  - Manutenção do custo médio (rendimentos constantes de escala).
  - Aumento do custo médio (rendimentos decrescentes de escala).
  - Redução do custo médio (rendimentos crescentes de escala).

Custo médio e custo marginal no LP



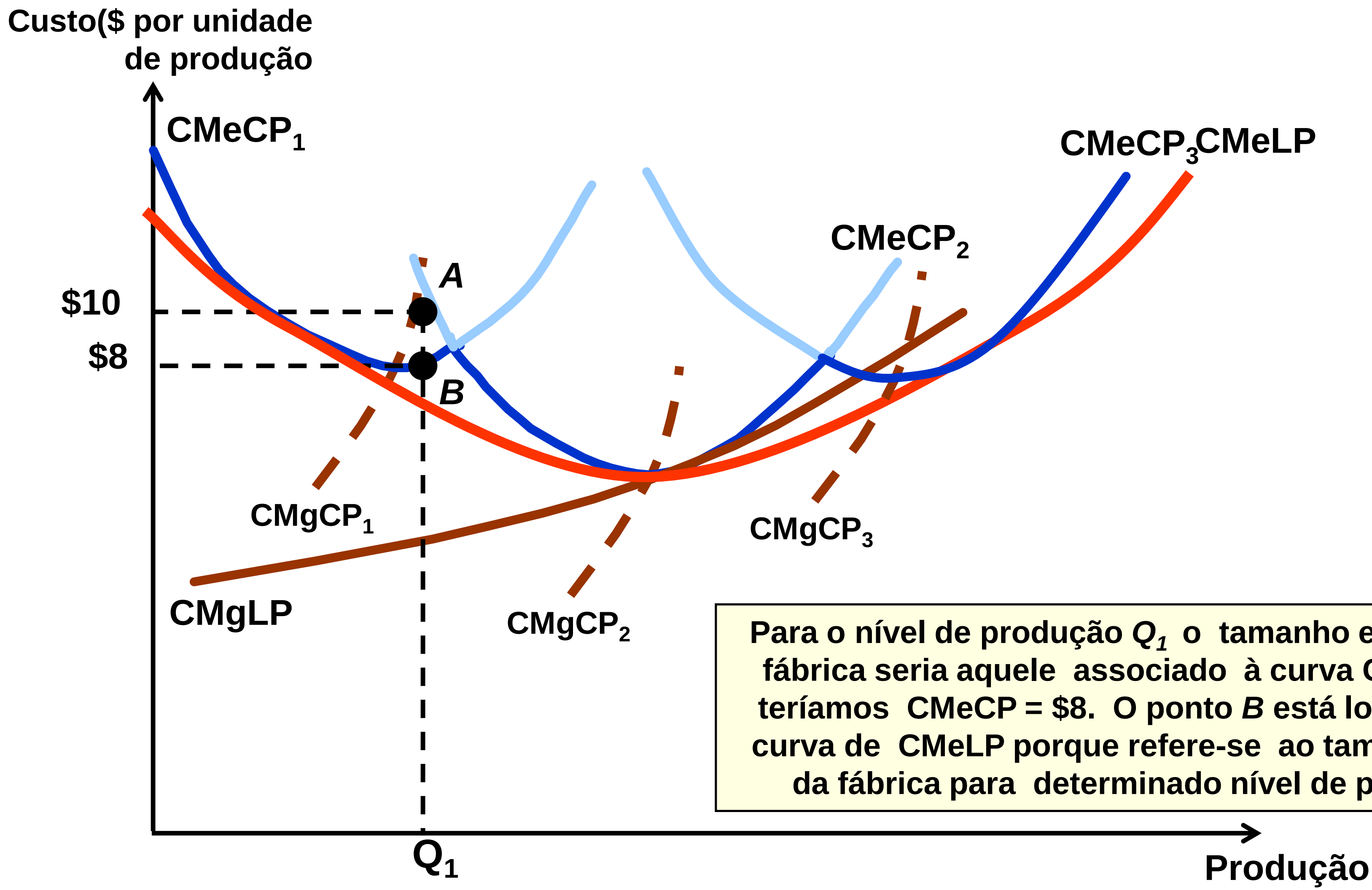
Custos a Longo Prazo com Rendimentos Constantes de Escala



Custos a Longo Prazo com Rendimentos Constantes de Escala

- **Observação**
  - O tamanho ótimo da fábrica depende da produção esperada (p.ex. para produzir Q_1 escolhemos CMeCP1, etc.).
  - A curva de custo médio de longo prazo é a *envoltória* das curvas de custo médio de curto prazo.
- **Pergunta**
  - Como o custo médio mudaria se fosse escolhido um nível de produção diferente?

Custos a Longo Prazo com Economias e Deseconomias de Escala



Para o nível de produção Q_1 o tamanho escolhido da fábrica seria aquele associado à curva $CMeCP_1$, e teríamos CMeCP = \$8. O ponto *B* está localizado na curva de CMeLP porque refere-se ao tamanho ótimo da fábrica para determinado nível de produção.

Custos a Longo Prazo com Rendimentos Constantes de Escala

- Qual é a curva de longo prazo da empresa?
  - As empresas podem mudar a escala de produção para obter diferentes níveis de produção no longo prazo.
  - A curva de custo médio de longo prazo corresponde aos trechos das curvas de CMeCP em azul escuro, e representa o custo mínimo para qualquer nível de produção.

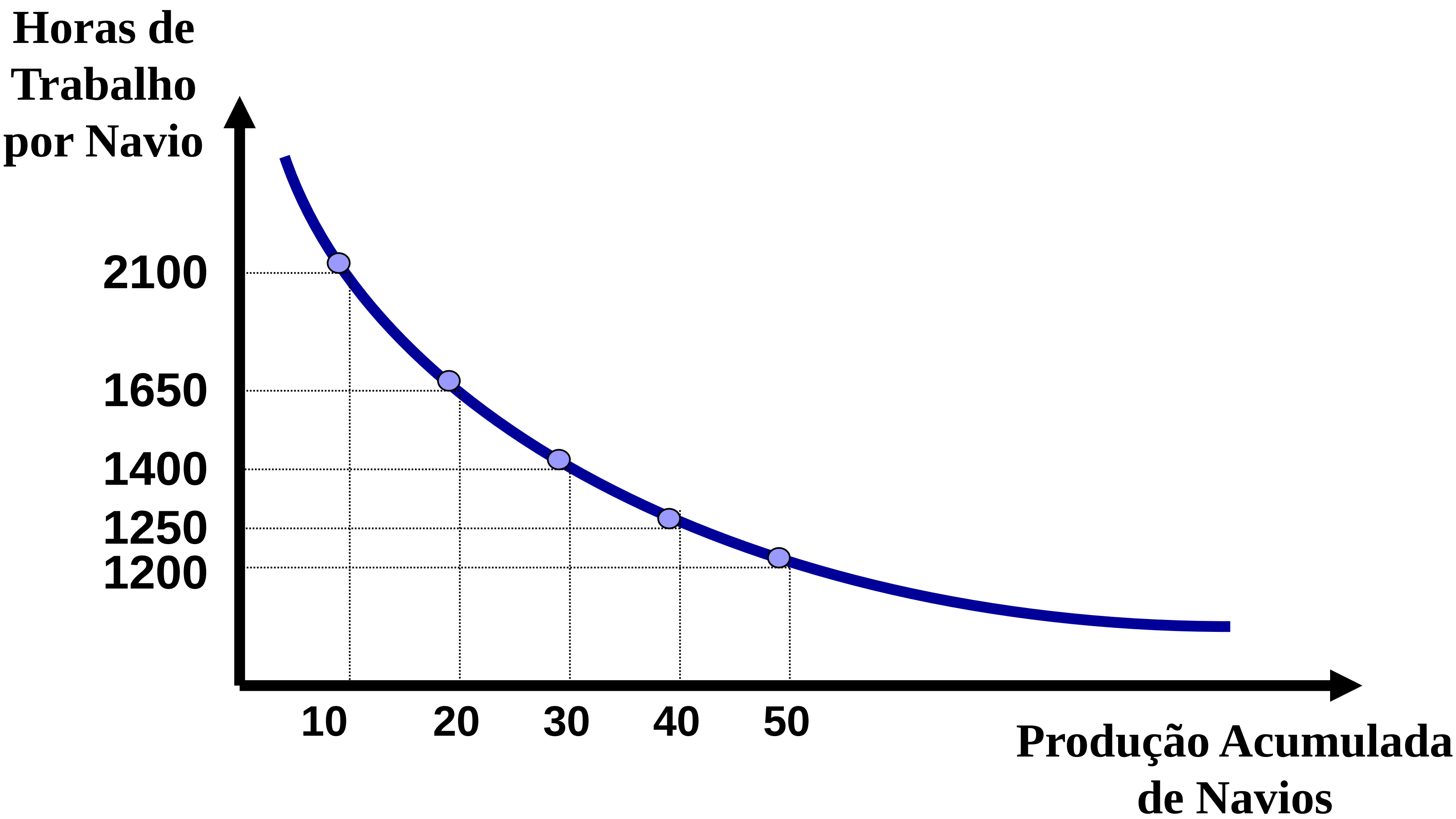
Custo Médio no Longo Prazo

- Como vimos anteriormente, com rendimentos constantes de escala, os custos totais crescem proporcionalmente à quantidade produzida. Logo, o $CTMe_{LP}$ é constante e igual ao CMg_{LP}. Sendo assim, a curva de $CTMe_{LP}$ é formada pelos pontos de mínimo das curvas de custo total médio de curto prazo, com todas as escalas de produção sendo minimizadoras de custos de longo prazo.

As Curvas de Aprendizagem

- O custo de produção de uma empresa pode diminuir ao longo do tempo pela maior experiência e eficiência de administradores e operários.

As Curvas de Aprendizagem



As Curvas de Aprendizagem

- A Curva de Aprendizagem pode ser expressa por:

$$L = A + BN^{-\beta}$$

Constante com valor entre 0 e 1

Número de unidades acumuladas de produto

Constantes positivas

Trabalho por unidade de produto

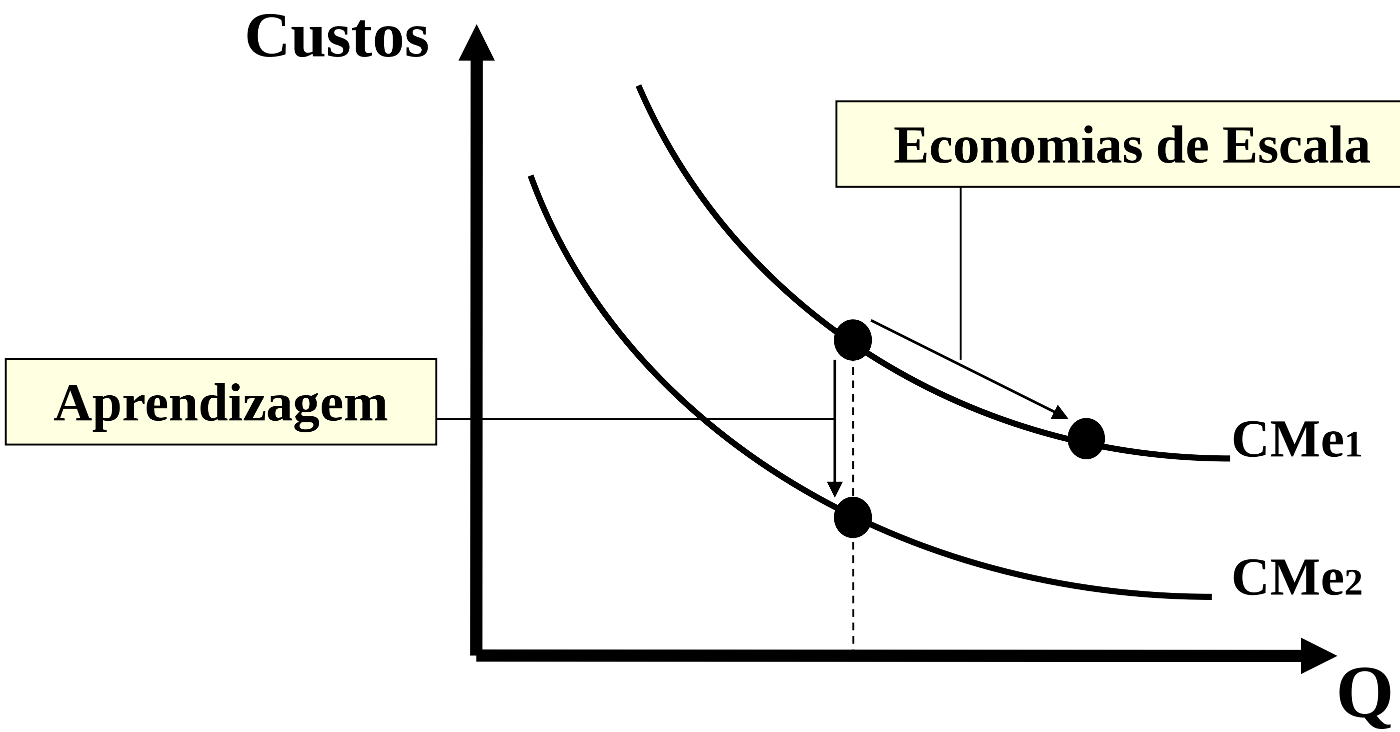
As Curvas de Aprendizagem

- Se $N = 1$, temos $L = A + B$. Logo, $A + B$ mede o insumo necessário para a produção do primeiro navio.

- Se $\beta = 0$, o trabalho por unidade de produto não será alterado pela maior produção acumulada de navios. Dito de outra forma, não há aprendizagem.

- Se $0 < \beta < 1$, o trabalho por unidade de produto diminuirá com o aumento da produção acumulada, convergindo para A, que representa o menor nível de trabalho por unidade de produto possível.

Economia de Escala X Aprendizagem



Economias de Escala X Economias de Escopo

- **Economias de Escala**
- Ao aumentarmos ambos os fatores de produção (K e L) na mesma proporção (escala de produção), podemos ter três resultados:
  - Se K e L aumentam em 100% e a produção aumenta em 100%, temos retornos constantes de escala. Com isso, o CTMeLP fica constante.
  - Se K e L aumentam em 100% e a produção aumenta menos que 100%, temos retornos decrescentes de escala. Com isso, o CTMeLP aumenta.
  - Se K e L aumentam em 100% e a produção aumenta mais que 100%, temos retornos crescentes de escala. Com isso, o CTMeLP diminui.

- **Economias de Escopo**
- Verificam-se economias de escopo quando a produção conjunta de dois produtos por parte de uma única empresa é maior do que a produção que seria obtida por duas empresas diferentes, cada uma produzindo um único produto, considerando um mesmo custo total.
- Dito de outro modo, teremos economias de escopo desde que $[C(q_1)+C(q_2)] > C(q_1,q_2)$, ou seja, quando o custo de produção em duas unidades (fábricas) diferentes é maior que o custo de produção conjunto (em uma única unidade).

- **Economias de Escopo**
- Se ambos os produtos utilizam capital (custo fixo) e trabalho (custo variável) a produção conjunta pode reduzir custos pelo compartilhamento do uso dos fatores de produção.
- De forma mais clara, pense na possibilidade de produzir dois bens compartilhando a mesma estrutura física, ou seja, compartilhando o mesmo custo fixo. Nesse caso, teríamos economias de escopo.

Economias de Escala X Economias de Escopo

- **O grau das economias de escopo** mede a economia de custos proporcionada pela produção conjunta:

$$\mathrm{ESC} = \frac{C(q_1) + C(q_2) - C(q_1, q_2)}{C(q_1, q_2)}$$

  - Se ESC > 0 $\Rightarrow$ Economias de escopo
  - Se ESC < 0 $\Rightarrow$ Deseconomias de escopo

- Observe então, que teremos economias de escopo desde que $[C(q_1)+C(q_2)] > C(q_1,q_2)$. Dito de outro modo, teremos economias de escopo desde que a função de custos seja subaditiva

Observação:
uma função é dita subaditiva se $f(x+y)$ for menor que $f(x)+f(y)$. Ou seja, quando o total é menor que a soma das partes.

BNDES – Economista – 2013 - 53

Uma empresa produz dois bens, I e II. Seu custo total (CT), como função dos volumes de produção, é dado pela fórmula

$$CT\left(q_I, q_{II}\right) = a + bq_I^2 + cq_{II}^2$$

na qual qI e qII são as quantidades produzidas dos dois bens; a, b e c são parâmetros positivos com as unidades adequadas.

Pelo exame da fórmula, conclui-se que, em todos os níveis de produção de I e II, há

a) economias de escala na produção de I

b) economias de escala na produção de II

c) economias de escopo na produção de I e de II

d) deseconomias de escala na produção de I

e) deseconomias de escopo na produção de I e de II

$$CT(q_I, q_{II}) = a + bq_I^2 + cq_{II}^2$$

- **Economia/deseconomia de escala**

- Se a=100 (custo fixo) e b=c=1, temos:

$$q_1 = 10 \quad e \quad q_2 = 0 \Rightarrow CT_{(1)} = 100 + 10^2 = 200 \Rightarrow CTMe_{(1)} = \frac{200}{10} = 20$$

$$q_1 = 20 \quad e \quad q_2 = 0 \Rightarrow CT_{(1)} = 100 + 20^2 = 500 \Rightarrow CTMe_{(1)} = \frac{500}{20} = 25 \uparrow$$

- Se a=100 (custo fixo) e b=c=0,1 , temos:

$$q_1 = 10 \quad e \quad q_2 = 0 \Rightarrow CT_{(1)} = 100 + (0{,}1)10^2 = 110 \Rightarrow CTMe_{(1)} = \frac{110}{10} = 11$$

$$q_1 = 20 \quad e \quad q_2 = 0 \Rightarrow CT_{(1)} = 100 + (0{,}1)20^2 = 140 \Rightarrow CTMe_{(1)} = \frac{140}{20} = 7 \downarrow$$

Logo, podemos ter economias ou deseconomias de escala, para ambas as firmas, dependendo dos valores de b e c.

Economia/deseconomia de escopo

- Como $a > 0$, o custo fixo é maior que zero. Note que, nesse caso, existe economia de escopo, pois podemos produzir q_1 e q_2 incorrendo no mesmo custo fixo.

De forma mais técnica:

- O *grau das economias de escopo* mede a economia de custos proporcionada pela produção conjunta e é dado por:

$$\boxed{ESC = \frac{C(q_1) + C(q_2) - C(q_1, q_2)}{C(q_1, q_2)}}$$

- Se ESC > 0 $\Rightarrow$ Economias de escopo
- Se ESC < 0 $\Rightarrow$ Deseconomias de escopo

$$ESC = \frac{a + bq_I^2 + a + cq_{II}^2 - \left(a + bq_I^2 + cq_{II}^2\right)}{a + bq_I^2 + cq_{II}^2}$$

$$ESC = \frac{a + a + bq_I^2 + cq_{II}^2 - \left(a + bq_I^2 + cq_{II}^2\right)}{a + bq_I^2 + cq_{II}^2}$$

$$ESC = \frac{a}{a + bq_I^2 + cq_{II}^2} + 1 - 1$$

$$ESC = \frac{a}{a + bq_I^2 + cq_{II}^2} > 0 \quad se \quad a, b \quad e \quad c > 0$$

Como informa o enunciado