



Universidade Estadual do Rio de Janeiro



Faculdade de Ciências Econômicas

Desenvolvimento Socioeconômico I – Parte 02

Prof.: Antonio Carlos Assumpção

Doutor em Economia – UFF

Site: acjassumpcao.com

Crescimento Endógeno

- O modelo de crescimento desenvolvido até aqui considera que mudanças nas políticas do governo, como uma elevação exógena da taxa de poupança, ou uma redução da tributação sobre as decisões de investimento (caso introduzíssemos essa variável no modelo), têm efeitos de nível, mas não efeitos de crescimento de longo prazo. Isto é, essas políticas aumentam a taxa de crescimento temporariamente, enquanto a economia transita para um novo estado estacionário. Entretanto, no longo prazo, a taxa de crescimento volta ao seu nível inicial, caso a tecnologia não cresça exogenamente.

Crescimento Endógeno

- Os modelos que geram um crescimento contínuo sem a necessidade de que alguma variável cresça exogenamente, são chamados de modelos de ***crescimento endógeno***.
- Note que, mesmo no trabalho de MRW, não existe qualquer explicação sobre o motivo das diferentes taxas de escolaridade entre os países, que geram diferentes taxas de crescimento.

Crescimento Endógeno

- A teoria do crescimento econômico teve um grande impulso em 1986, com a publicação do trabalho de Paul Romer.
- A partir da publicação do trabalho de Romer (1986), os pesquisadores tiveram como objetivo principal a construção de modelos em que, diferentemente dos modelos chamados de neoclássicos (como Solow), a taxa de crescimento de longo prazo pode ser positiva sem a necessidade da suposição de que uma variável cresça de forma exógena (como a tecnologia no modelo de Solow).
- Por conta disso, tais modelos foram batizados com o nome de modelos de crescimento endógeno.

Crescimento Endógeno

- A primeira família desses modelos, bem representada pelos trabalhos de Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991) e Barro (1991), mostrou ser possível gerar taxas positivas de crescimento através da eliminação dos rendimentos decrescentes para o capital, seja por conta da introdução de externalidades do capital ou por conta da introdução de capital humano.
- No caso do modelo de Romer (1986), o postulado básico é de que, apesar dos retornos do capital serem decrescentes para uma firma, as externalidades geradas nesse processo permitem que os retornos do capital não sejam decrescentes para a economia como um todo.
 - Quando uma firma investe em capital ela transborda conhecimento para as outras firmas.

Crescimento Endógeno

- Um segundo grupo de contribuições pode ser encontrado nos trabalhos de Romer (1987 e 1990), Aghion e Howitt (1992 e 1998) e Grossman e Helpman (1991).
 - Em um contexto de concorrência imperfeita, tais autores construíram modelos onde o investimento em P&D das empresas gera progresso tecnológico de forma endógena.
 - Nesses modelos, a sociedade premia as empresas que inovam com o poder monopolístico, quando elas conseguem inventar um novo produto ou melhorar a qualidade de um produto existente.

Crescimento Endógeno

- Nesse tipo de ambiente, a taxa de crescimento tende a não ser ótima no sentido de Pareto e, por conta disso, torna-se decisiva a intervenção dos governos, que devem:
 - Garantir os direitos de propriedade física e intelectual;
 - Regular o setor financeiro e externo, de forma a evitar distorções;
 - Garantir a existência de um marco legal.
- Vamos começar pelo modelo de crescimento endógeno que possui a estrutura mais simples, o modelo AK (tecnologia AK).
- Adiante, veremos que esse modelo é um caso particular do modelo de Romer com externalidades do capital

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- **Uma conclusão importante extraída do modelo de Solow:**
 - impossibilidade de explicar os determinantes do crescimento econômico, sem a necessidade da suposição de que a tecnologia melhore exogenamente, quando a FDP é neoclássica e existe concorrência perfeita.
- Veremos que a primeira forma de contornar o problema é abandonando a hipótese de que a FDP é neoclássica, ou seja, trabalhando com uma FDP linear no capital.
- Ainda que alguns autores, como Von Neuman (1937) e Eaton (1981), tenham trabalhado com funções desse tipo, a introdução desse tipo de FDP na nova literatura sobre crescimento endógeno é devida a Romer (1986) e Rebelo (1991).

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- Suponha a FDP abaixo, linear no estoque de capital.

$$Y = AK$$

- Pode parecer estranho uma função de produção sem o fator de produção trabalho, mas se levarmos em conta o conceito de capital humano, a FDP com tecnologia AK não é um absurdo.
 - Para que o corpo humano seja produtivo e possa ser classificado como “trabalho” a sociedade (pais, educadores, empresas,...) devem investir muitos recursos nele. Dito de outro modo, o fator trabalho necessita de investimento, no sentido em que devemos sacrificar consumo presente para aumentar a produtividade do que chamamos de trabalho. Portanto, nesse sentido, capital e trabalho são, na realidade, simplesmente dois tipos de capital diferentes: físico e humano.

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- **Propriedades a Função de Produção AK**

- Assim como a FDP neoclássica, apresenta retornos constantes de escala:

$$A(\lambda K) = \lambda AK = \lambda Y$$

- Diferentemente da FDP neoclássica, a PMgK não é decrescente:

$$Y = AK \rightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} = A \quad e \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0$$

- Logo, não satisfaz as condições de Inada, dado que o PMgK é constante = A.

- Mas qual a razão de admitirmos uma função de produção linear no estoque de capital ? Externalidades do Capital $\rightarrow$ a PMgk pode ser decrescente para uma firma e não decrescente considerando a economia como um todo.

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- Introduzindo a tecnologia AK no modelo de Solow
- A equação de acumulação de capital *per capita* nos diz que o aumento do capital *per capita* é igual a poupança (investimento) *per capita* menos a depreciação *per capita*, que inclui a perda de unidades de capital *per capita* quando temos um aumento no tamanho da população.

$$\dot{k} = sy - (\delta + n)k \rightarrow \dot{k} = sAk - (\delta + n)k$$

- Dividindo ambos os lados por k obtemos a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita*.

$$\frac{\dot{k}}{k} = sA - (\delta + n)$$

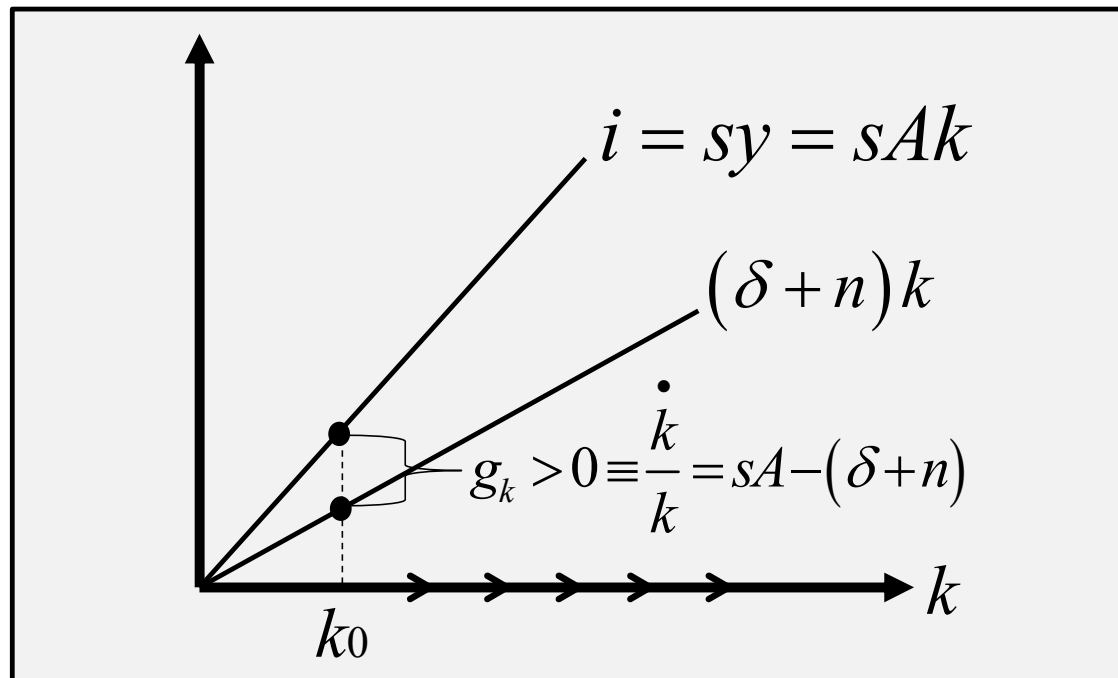
Logo:

$$\frac{\dot{K}}{K} = sA - \delta$$

Como a diferença entre o crescimento *per capita* e total é dado por n , também podemos calcular a taxa de crescimento do estoque de capital total.

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- Supondo que o investimento seja superior à depreciação, ou seja, que a economia é suficientemente produtiva, de forma que $sA > (\delta + n)$:



- Observe que, nesse caso, a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* será constante e positiva, dada por $sA - (\delta + n)$.

Taxas de Crescimento no Modelo AK

$$\text{Como } \frac{\dot{k}}{k} = sA - (\delta + n) \text{ e } y = Ak \rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = sA - (\delta + n)$$

$$\text{Como } \frac{\dot{K}}{K} = sA - \delta \text{ e } Y = AK \rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = sA - \delta$$

$$\text{Como } c = f(y) \rightarrow \frac{\dot{c}}{c} = sA - (\delta + n) \text{ e } \frac{\dot{C}}{C} = sA - \delta$$

- Logo, todas as variáveis *per capita* crescem à mesma taxa, assim como as variáveis totais.

$$\boxed{\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{c}}{c} = sA - (\delta + n)} \text{ e } \boxed{\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{C}}{C} = sA - \delta}$$

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- Sendo assim, no modelo AK, a taxa de crescimento da economia é uma função crescente da taxa de investimento.
- Portanto, políticas do governo que aumentem permanentemente a taxa de investimento da economia aumentarão permanentemente a taxa de crescimento.
 - Note que não precisamos supor que qualquer variável cresça a uma taxa exógena para gerar crescimento permanente do produto.

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

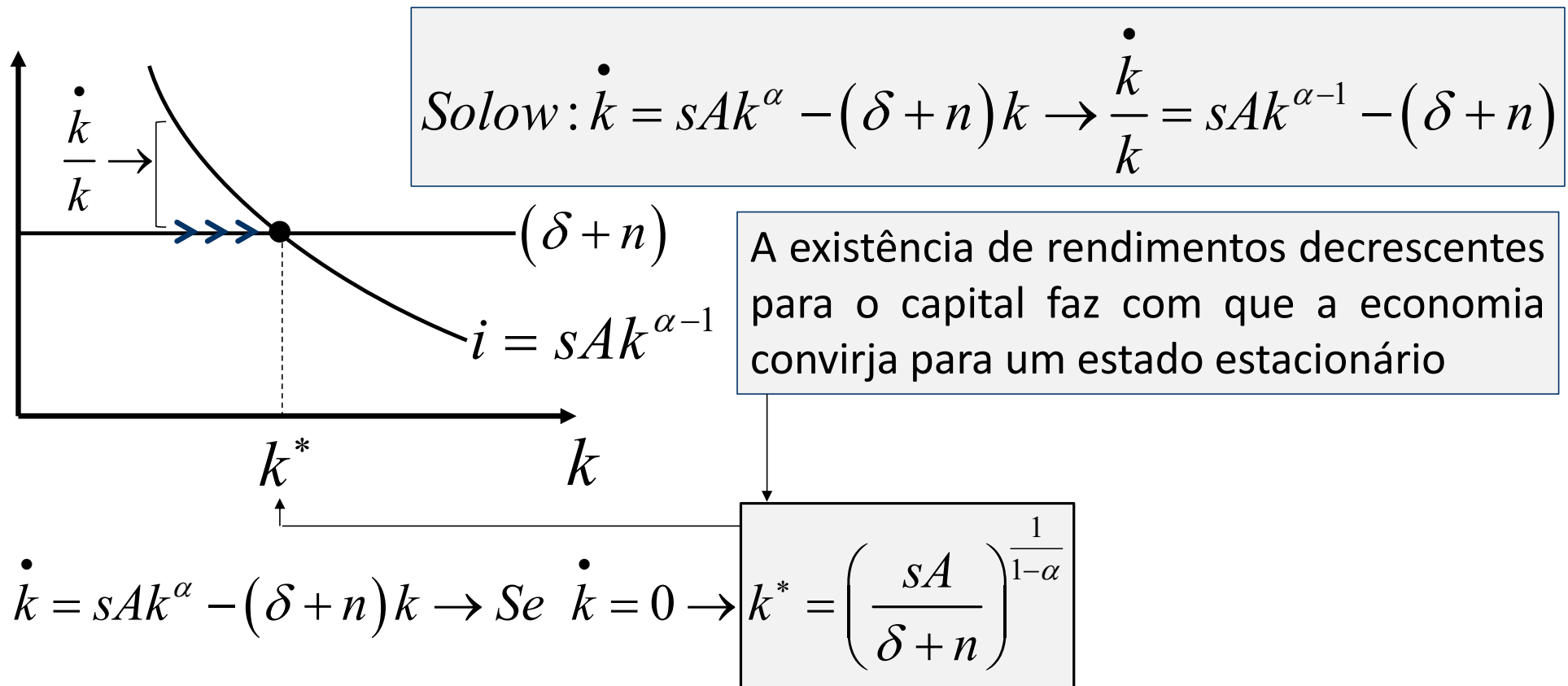
- Podemos destacar as seguintes diferenças entre o modelo AK e o modelo neoclássico de crescimento:
 1. A taxa de crescimento do PIB *per capita* pode ser positiva sem a necessidade da suposição de que alguma variável cresça exogenamente, ou seja, o modelo gera crescimento endogenamente.
 2. A taxa de crescimento do PIB *per capita* depende do parâmetro A e da taxa de poupança. Assim, políticas governamentais que aumentem a taxa de poupança elevam a taxa de crescimento de forma permanente, diferentemente do que ocorria no modelo de Solow.
 3. Diferentemente do modelo de Solow, não existe estado estacionário. Isto ocorre pelo fato de estarmos supondo ausência de rendimentos decrescentes para o capital, o que gera, como vimos, uma taxa de crescimento constante.

O Modelo AK de Crescimento Endógeno

4. Segundo o modelo AK , não existe qualquer relação entre o nível de PIB *per capita* e a taxa de crescimento do PIB *per capita*. Dito de outra forma, o modelo não prevê a ocorrência de convergência da renda *per capita*, absoluta ou relativa (condicional).
5. No modelo AK os efeitos de choques de curto prazo podem reduzir a taxa de crescimento de forma permanente. Por exemplo, se um terremoto ou uma guerra destrói parte do estoque de capital, a economia não vai crescer transitoriamente à taxas mais elevadas até voltar a trajetória de acumulação anterior. Assim, a perda sofrida será permanente.

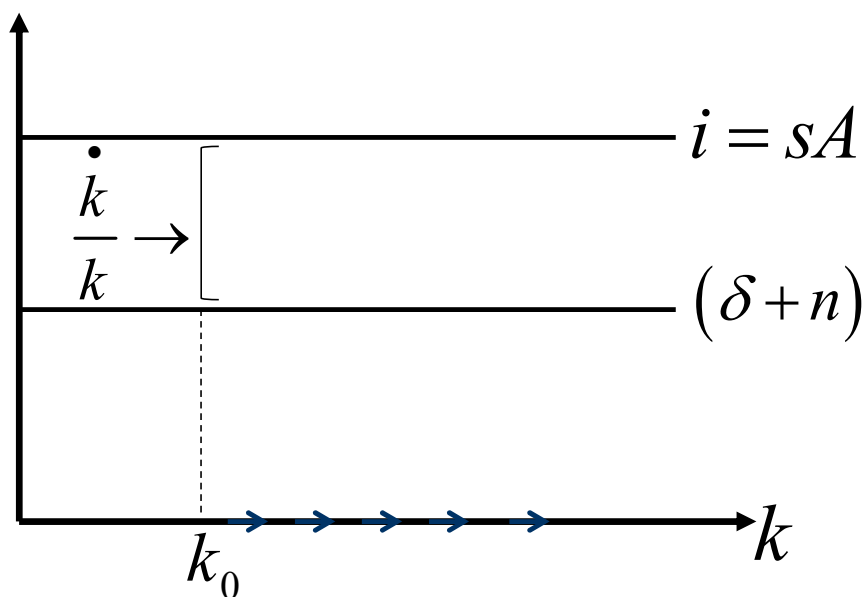
O Modelo AK de Crescimento Endógeno

- Como vimos, podemos representar a convergência para o estado estacionário, quando houver, utilizando a taxa de crescimento de k .



O Modelo AK de Crescimento Endógeno

Modelo AK : $\frac{\dot{k}}{k} = sA - (\delta + n)$. Se $sA > (\delta + n)$, temos :



- Com rendimentos constantes para o capital a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* é constante, igual a $sA - (\delta + n)$, inexistindo um estado estacionário.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- **Veremos agora que o modelo AK nada mais é do que um caso particular do modelo de Romer com externalidades do capital.**
- Em 1986 Paul Romer introduziu uma função de produção com externalidades do capital. Essas externalidades podem surgir dos conceitos de aprendizagem pela prática (*learning by doing*) e transbordamento de conhecimentos (*knowledge spillovers*).
 - Quando uma firma aumenta seu estoque de capital, através do investimento, não somente aumenta a sua produção, como aumenta a produção das outras firmas.
 - A razão apontada por Romer é que as firmas que investem adquirem também experiência ou conhecimento. Tais conhecimentos, por serem não-rivais, podem ser utilizados também pelas outras firmas e, por isso, o produto das outras firmas também aumenta.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- A FDP que reflete essas externalidades é dada por:

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \kappa_t^\eta$$

- Com exceção do último termo, que reflete as externalidades do capital, a função de produção acima é idêntica a função de produção neoclássica utilizada no modelo de Solow.
- Quando $\eta = 0$, temos uma FDP sem externalidades e, a medida que η aumenta temos um efeito mais forte das externalidades.
- O fator κ representa o capital agregado da economia, K , dado que o investimento de qualquer firma da economia ajuda a aumentar o estoque de experiência ou conhecimentos de todas as demais firmas.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- Para começar, vamos supor (como R. Lucas – 1988) que κ é igual ao estoque de capital *per capita* ($\kappa = k$) ao invés do estoque de capital agregado. Logo, a FDP pode ser escrita como:

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} k^\eta \Rightarrow Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \left(\frac{K}{L} \right)^\eta \rightarrow \boxed{Y = AK^{\alpha+\eta} L^{1-\alpha-\eta}}$$

- Para incorporarmos essa FDP no modelo de crescimento de Solow devemos reescrevê-la em termos *per capita*.

$$\frac{Y}{L} = \frac{AK^\alpha L^{1-\alpha} k^\eta}{L} \Rightarrow \frac{Y}{L} = AK^\alpha L^{1-\alpha} k^\eta L^{-1} \Rightarrow \frac{Y}{L} = AK^\alpha L^{-\alpha} k^\eta$$

$$\frac{Y}{L} = A \left(\frac{K}{L} \right)^\alpha k^\eta \Rightarrow \frac{Y}{L} = Ak^\alpha k^\eta \Rightarrow \boxed{y = Ak^{\alpha+\eta}}$$

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- Sendo assim, a dinâmica do estoque de capital é dada por

$$\dot{k} = sAk^{\alpha+\eta} - (\delta + n)k$$

- Sendo assim, podemos encontrar a expressão que nos mostra a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita*, dividindo a expressão acima por k .

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha+\eta-1} - (\delta + n)$$

- Logo, o comportamento da economia depende crucialmente da soma dos parâmetros $\alpha + \eta$. Portanto, devemos analisar três casos distintos.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- **Caso 1: $(\alpha + \eta) < 1$**
- Considerando que existem externalidades, $\eta > 0$, mas não tão grandes, de forma que $(\alpha + \eta) < 1$. Logo, nesse caso, o expoente da função de produção é negativo e, com isso, temos:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{sA}{k^{1-\alpha-\eta}} - (\delta + n)$$

- Sendo assim, a economia converge para um estado estacionário, que pode ser calculado da forma usual, fazendo

$$\frac{\dot{k}}{k} = 0 \Rightarrow k^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}}$$

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- A observação importante sobre esse caso é que, como $\eta > 0$ e $(\alpha + \eta) < 1$, temos:

$$\left[k_{Romer}^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}} \right] > \left[k_{Solow}^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]$$

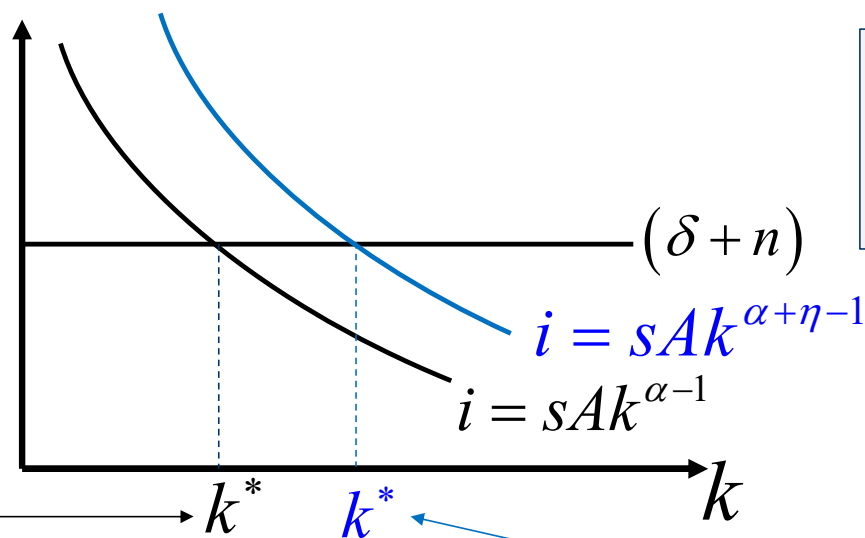
- Na existência de externalidades do capital, desde que $(\alpha + \eta) < 1$, a economia converge para um estado estacionário, estável, onde o estoque de capital *per capita* é maior que o definido no modelo de Solow.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

$$\text{Solow: } \frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha-1} - (\delta + n)$$

$$\text{Romer: } \frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha+\eta-1} - (\delta + n)$$

Como $y = f(k) \rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = sAk^{\alpha+\eta-1} - (\delta + n)$



$$k_{Solow}^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$k_{Romer}^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}}$$

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- **Caso 2: $(\alpha + \eta) = 1$**
- Considerando agora o caso em que as externalidades são, precisamente, $\eta = (1 - \alpha)$, portanto, $(\alpha + \eta) = 1$.
- Substituindo $\alpha + \eta$ por 1 na equação que mostra o comportamento do estoque de capital *per capita*, temos:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha+\eta-1} - (\delta + n) \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = sA - (\delta + n)$$

- Note que, neste caso, a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* é idêntica a que foi obtida através da tecnologia AK. Sendo assim, se aplicam todas as conclusões que vimos anteriormente.
- Dito de outro modo, se $(\alpha + \eta) = 1$, temos $y = Ak$.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- **Caso 3: $(\alpha + \eta) > 1$**

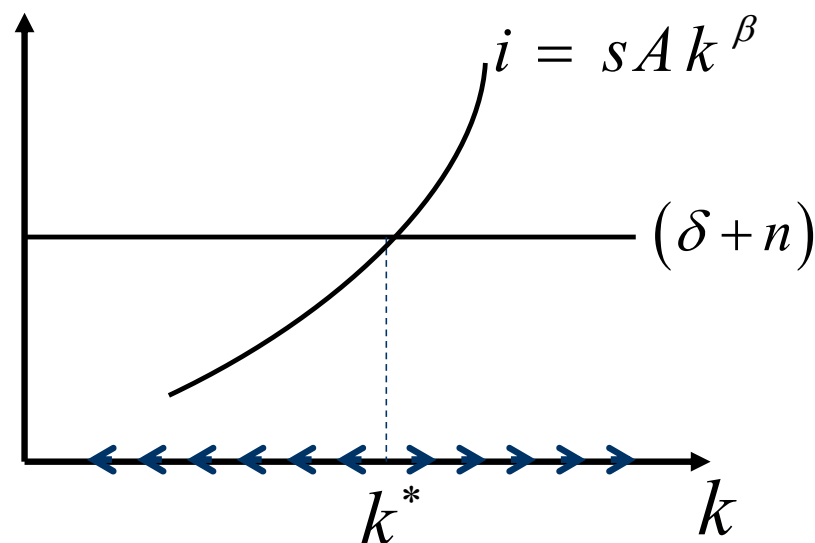
- Quando as externalidades são grandes, de forma que $(\alpha + \eta) > 1$, obtemos um expoente positivo para o capital per capita na equação de crescimento:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha+\eta-1} - (\delta + n), \text{ com } [(\alpha + \eta) = \beta] > 1 \rightarrow \boxed{\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\beta} - (\delta + n)}$$

- Neste caso, a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* será crescente, tendendo ao infinito, quando o estoque de capital *per capita* tende ao infinito, caso $sAk^{\beta} > (\delta + n)$.
- Caso $sAk^{\beta} < (\delta + n)$, a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* será sistematicamente negativa, com o estoque de capital *per capita* diminuindo até se extinguir.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

$$\text{Com } [(\alpha + \eta) = \beta] > 1 \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = sAk^\beta - (\delta + n)$$



- Observe que existe apenas um estado estacionário. Como vimos, fora dele, o estoque de capital *per capita* tende ao infinito ou tende a zero.

O Modelo de Romer (1986): Externalidades do Capital

- Portanto, devemos concluir que o interesse empírico das previsões desse terceiro caso do modelo de Romer é bastante limitado, pois no mundo real não observamos economias cujas taxas de crescimento do estoque de capital *per capita* (e também do PIB *per capita*) vão aumentando ao longo do tempo de forma sistemática, muito menos economias onde o estoque de capital *per capita* tende a desaparecer.
- O interesse pelo modelo de Romer é o de mostrar que a existência de externalidades é uma forma de argumentar que a tecnologia da economia poderia assumir a forma AK.
 - Devemos lembrar que, para que isso ocorra, as externalidades devem ser suficientemente grandes e devem ser tais que $\eta = 1-\alpha$. Logo, as externalidades devem ser tão grandes quanto a soma das rendas de todos os trabalhadores da economia, o que parece pouco razoável.

Modelo de Romer e o Efeito Escala

- Devemos nos perguntar o que ocorreria caso não estivéssemos supondo que o estoque de capital relevante para as externalidades é o estoque de capital *per capita*, mas sim o estoque de capital total, $\kappa = K$.
- Inicialmente, desconsiderando o crescimento populacional, temos:

$$\text{Se } \kappa = k \rightarrow y = Ak^{\alpha} \kappa^{\eta} \rightarrow y = Ak^{\alpha} k^{\eta} \rightarrow \boxed{y = Ak^{\alpha+\eta}}$$

$$\text{Se } \kappa = K \rightarrow \boxed{y = Ak^{\alpha} K^{\eta}}$$

Modelo de Romer e o Efeito Escala

Sendo $y = Ak^\alpha K^\eta$

Como $K = kL \rightarrow y = Ak^\alpha (kL)^\eta \quad y = Ak^\alpha k^\eta L^\eta$

$$y = Ak^{\alpha+\eta} L^\eta$$

- Observe que a diferença entre as duas formulações é que, no caso da segunda ($\kappa = K$), aparece o termo L^η .
- Assim, a taxa de crescimento do estoque de capital, lembrando que estamos desconsiderando o crescimento populacional, é dada por:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^{\alpha+\eta-1} L^\eta - \delta$$

Modelo de Romer e o Efeito Escala

- Quando os parâmetros são tais que $(\alpha + \eta) = 1$, temos:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAL^\eta - \delta \rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = sAL^\eta - \delta$$

- Observe que agora a taxa de crescimento está positivamente correlacionada com o tamanho da população (ou com a quantidade de trabalhadores).
- O Efeito Escala**
 - Se todas as economias do mundo pudessem ser descritas por esse modelo, deveríamos observar maiores taxas de crescimento do PIB *per capita* para os países com maior população e menor para os países com menor população. Dito de outro modo, países com maior escala (medida pela população) deveriam crescer mais, fato que não se verifica.

Modelo de Romer e o Efeito Escala

- Observe também que, se L crescer a uma taxa constante n , a taxa de crescimento do PIB *per capita* será cada vez maior. Mais uma vez, o resultado não é validado pela evidência empírica.

Modelo de Romer e o Efeito Escala

- Quando os parâmetros são tais que $(\alpha + \eta) < 1$, como foi mostrado anteriormente, existirá estado estacionário. Podemos calcular o estoque de capital no estado estacionário fazendo:

$$\dot{k} = sAk^{1-\alpha-\eta}L^\eta - \delta k$$

$$\text{Se } \dot{k} = 0 \rightarrow k^* = \left(\frac{sAL^\eta}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}}$$

Modelo de Romer e o Efeito Escala

- Podemos notar que o estoque de capital no estado estacionário depende positivamente de L .
 - Desta forma, o modelo prevê que os países com elevada população deveriam possuir um PIB *per capita* mais elevado que os países com uma pequena população, ou seja, deveriam ser mais ricos. Claro, essa previsão também não é observada.
 - Se a população crescer à taxa n , constante, o estoque de capital *per capita*, assim como o PIB *per capita*, também crescerão a uma taxa constante, diferentemente das conclusões obtidas pelo modelo neoclássico.
- Resumindo, a existência de externalidades sobre o capital agregado introduz efeitos de escala, que tendem a não ser validados pelos dados.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Como foi destacado anteriormente, uma segunda vertente dos modelos de crescimento endógeno foca em endogeneizar a tecnologia. Certamente, o artigo mais inovador nesse sentido é Romer (1990).
- **Mas o que é Tecnologia ?**
- Tecnologia é a maneira como os insumos são transformados em produto no processo produtivo.
- O progresso tecnológico nas economias modernas é resultado das atividades de ***pesquisa e desenvolvimento (P&D)*** das empresas. A *P&D* produz fundamentalmente ideias.
 - Essas ideias permitem que um certo pacote de insumos gere mais e melhores produtos, ou seja, alteram a tecnologia de produção.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- **Podemos pensar em vários exemplos:**
 - A invenção da máquina a vapor.
 - Várias possibilidades de aplicação, por vários agentes econômicos ao mesmo tempo.
 - As linhas de montagem e técnicas de produção em massa da Ford.
 - A criação dos microcomputadores.
 - A tecnologia de ensino do modelo de Solow.

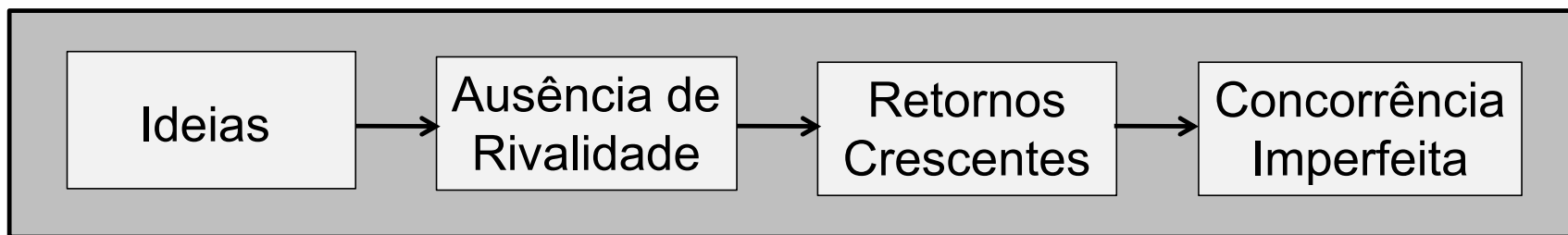
Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- **Em todos os casos, podemos ter:**
 - a) Mais produtos, com a mesma quantidade de insumos ou, equivalentemente, o mesmo montante de produto pode ser gerado com menores quantidades de um ou mais insumos.
 - b) O produto existente sofre uma melhoria qualitativa.
 - c) Produtos totalmente novos são produzidos.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

■ A Economia das Ideias

- Romer formalizou a relação existente entre a economia das ideias e o crescimento econômico.



- Para Romer, uma das características inerentes às ideias é que elas são não rivais. Essa ausência de rivalidade implica a existência de rendimentos crescentes à escala.
- A modelagem dos retornos crescentes em um ambiente competitivo com pesquisa intencional exige, necessariamente, a concorrência imperfeita.

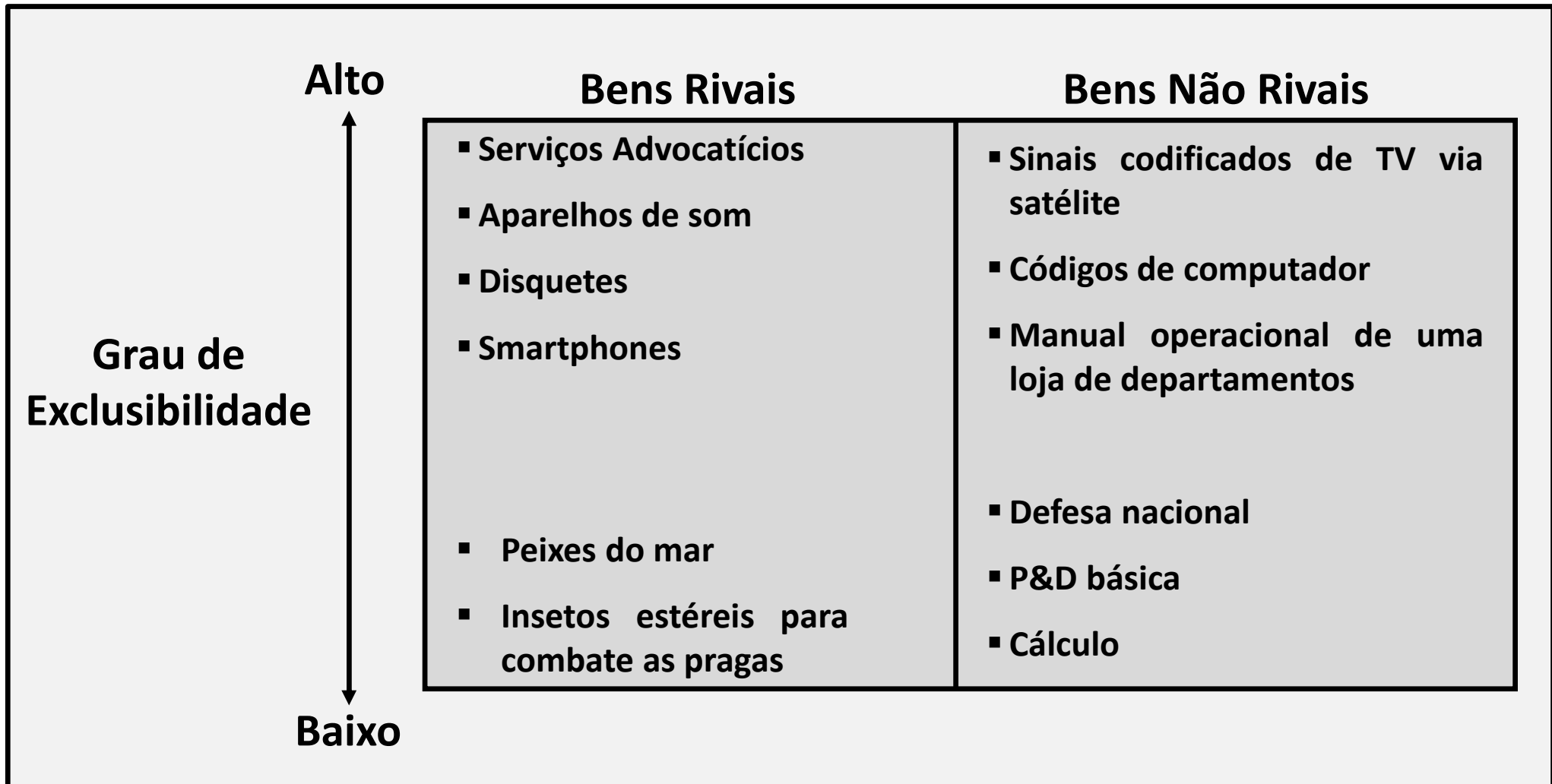
Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- A maioria dos bens na economia são rivais, ou seja, a utilização por parte de um indivíduo impede seu uso por outro indivíduo.
- As ideias são não rivais:
 - Se a Toyota utiliza métodos de estocagem *just-in-time*, isso não impede que a Honda ou a GM se valham da mesma prática simultaneamente.
 - Depois do desenvolvimento de um novo processador para computadores, várias fábricas podem utilizar esse projeto, simultaneamente, para produzir os novos processadores.
 - Criada a tecnologia para o ensino do modelo de Romer ou de Solow, vários professores podem utilizá-la simultaneamente.
- Dito de outro modo, criada a ideia, qualquer um que a conheça pode beneficiar-se dela.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Claro, devemos levar em consideração uma outra característica importante das ideias; elas são, pelo menos em parte, excludentes ou excluíveis.
 - O grau de exclusibilidade é dado pela medida em que o proprietário da ideia pode cobrar pelo seu uso.
- Logo, dependendo do caso, podemos ter um baixo ou um elevado grau de exclusibilidade.
- **Observação:** quando um bem é não rival e não excludente, dizemos que se trata de um bem público.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias



Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Os bens excludentes permitem a seus produtores a captação dos benefícios que geram; os não excludentes envolvem substanciais transbordamentos de benefícios, denominados externalidades.
- No caso de um bem que gere uma externalidade positiva, teremos uma falha de mercado que fará com que a alocação via mercado gere uma produção menor que a produção socialmente ótima, oferecendo assim uma oportunidade para que a intervenção governamental, quando bem realizada, aumente o bem estar.
- Por exemplo, a educação básica é financiada, primordialmente, pelos governos.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- A geração de ideias por parte do setor privado depende dos benefícios que o inventor consegue capturar, comparativamente aos seus custos (custo fixo da criação, desembolsado uma única vez).
- O progresso tecnológico nas economias modernas (resultado das novas ideias) é resultado das atividades de **pesquisa e desenvolvimento (*P&D*)** das empresas. A *P&D* produz fundamentalmente ideias.
- **Os gastos com *P&D* dependem:**
 - Da **fertilidade** do processo de pesquisa ou de como os gastos com *P&D* se traduzem em novas ideias e novos produtos.
 - Da **apropriabilidade** dos resultados da pesquisa ou da extensão em que as empresas se beneficiam dos resultados de seu próprio processo de *P&D*.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- **Os determinantes da fertilidade das pesquisas incluem:**
 - A interação entre a pesquisa básica (a busca de princípios gerais e resultados) e a pesquisa aplicada e desenvolvimento (aplicação desses resultados a usos específicos).
 - O país: alguns países têm mais sucesso na pesquisa básica; outros são mais bem-sucedidos na pesquisa aplicada.
 - Tempo: são necessários muitos anos e, com frequência, muitas décadas, para que todo o potencial das grandes descobertas seja percebido.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Se as empresas não puderem se apropriar dos lucros do desenvolvimento de novos produtos, elas não investirão em *P&D*. Os fatores em jogo incluem:
 - **A fertilidade** do processo de pesquisa
 - Conhecimento/criatividade intelectual, trabalho qualificado, cultura empresarial, infraestrutura institucional,...
 - **Proteção legal**
 - As **patentes** dão à empresa que descobriu um novo produto o direito de impedir durante algum tempo que outras empresas produzam ou utilizem o novo produto.
 - Isto depende da legislação (Infraestrutura institucional).

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Observe que os bens rivais devem ser produzidos cada vez que forem vendidos, mas os bens não rivais só precisam ser produzidos uma única vez. Dito de outro modo, os bens não rivais, como as ideias, envolvem um custo fixo de produção e um custo marginal igual a zero.
 - É muito dispendioso produzir um novo sistema operacional para o seu smartphone, mas as unidades adicionais são apenas cópias do “bem” já existente.
- Logo, a “economia das ideias” possui uma estreita ligação com a existência de **retornos crescentes de escala** e com a **concorrência imperfeita**.
 - Lembre-se que as ideias estão associadas aos custos fixos.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Após o desenvolvimento da ideia, por exemplo, um novo remédio, que exige gastos em pesquisa uma única vez, cada unidade desse remédio (cada comprimido) pode ser produzido com retornos constantes de escala; dobram-se os insumos, dobra-se a produção.
 - Note que, nesse processo produtivo, temos um custo fixo e um custo marginal constante.
- Entretanto, as empresas somente irão investir em inovações (novas ideias) se puderem cobrar um preço acima de seu custo marginal, de forma que consigam recuperar o custo fixo da criação do bem (ideia).
- Logo, a produção de novas ideias exige a possibilidade da firma cobrar um preço acima do CMg, ou seja, exige a ocorrência de lucros econômicos → concorrência imperfeita.

Determinantes do Progresso Tecnológico: A Economia das Ideias

- Dito de outro modo, com retornos crescentes de escala o C_{me} é sempre maior que o CMg .
 - A fixação do preço igual ao CMg resultará em lucros negativos.
 - Estabelecendo um preço maior do que o CMg , com retornos crescentes de escala, o C_{me} vai diminuindo com o aumento da escala de produção; o custo fixo vai sendo diluído por uma quantidade produzida maior.

Modelo de Romer

- Dentre os mais novos e influentes modelos de crescimento, está o modelo de Romer (1990), que destaca a importância do lucro como determinante do processo de P&D e crescimento econômico. Tal argumentação foi estendida por Charles Jones (1995 e 1999), resultando no modelo que veremos a seguir.
- A função de produção agregada no modelo de Romer assume a seguinte forma:

$$Y = K^{\alpha} (AL_Y)^{1-\alpha} \quad (I) \quad (0 < \alpha < 1)$$

- Portanto, a FDP descreve como o estoque de capital (K) e o trabalho (L_Y) se combinam para gerar produto (Y), utilizando o estoque de ideias (A).

Modelo de Romer

- Dado o nível de tecnologia (A) a FDP apresenta retornos constantes de escala para K e L_Y . Contudo, quando consideramos as ideias (A) como um insumo de produção, a FDP apresenta retornos crescentes.
 - Dada a invenção do projeto do computador pessoal, esse projeto (a “ideia”) não precisa mais ser inventado. Para dobrar a quantidade de computadores precisamos dobrar apenas as quantidades de circuitos, semicondutores,...
- Logo, se a FDP apresenta retornos constantes de escala, considerando K e L_Y , considerando K , L_Y e A , ela apresenta retornos crescentes.
- Dobrando K , L_Y e o estoque de ideias (A), a produção mais que dobra.
 - Isto decore da natureza não rival das ideias.

Modelo de Romer

- As equações de acumulação de capital e do trabalho (crescimento da força de trabalho) são idênticas às aquelas do modelo de Solow.
- O capital se acumula conforme os agentes econômicos abrem mão do consumo a uma dada taxa s_K e se deprecia à taxa δ .

$$\dot{K} = s_K Y - \delta K$$

- A força de trabalho, equivalente à população, cresce exponencialmente à uma taxa exógena n .

$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

Modelo de Romer

- A **grande novidade** em relação ao modelo de Solow é a equação que descreve o progresso tecnológico, tornando A uma variável endógena.
- Assim como mais trabalhadores podem produzir mais bens, Romer assume que mais pesquisadores podem produzir mais ideias novas.
- Sendo $A(t)$ o estoque de conhecimento ou número de ideias que foram inventadas até momento t , temos:

$$\dot{A} = \bar{\theta} L_A \quad (II)$$

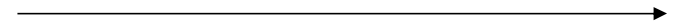
- Onde $\dot{A}$ representa o número de novas ideias geradas em qualquer ponto do tempo, que depende do número de pessoas (pesquisadores) empenhadas em descobrir novas ideias (L_A), multiplicado pela taxa à qual elas descobrem novas ideias $\bar{\theta}$.

Modelo de Romer

- A taxa a qual os pesquisadores geram novas ideias pode ser constante, mas é mais realista imaginar que ela depende do estoque de ideias já existentes.
 - Ideias geradas no passado tendem a aumentar a produtividade dos pesquisadores no presente.
- Nesse caso, $\bar{\theta}$ seria uma função crescente de A .

$$\bar{\theta} = \theta A^{\phi} \quad (III)$$

Onde θ e ϕ são constantes.



Modelo de Romer

$$\bar{\theta} = \theta A^{\phi} \quad (III)$$

Onde θ e ϕ são constantes.

- Se $\phi > 0 \rightarrow$ a produtividade da pesquisa aumenta com o estoque de ideias já descobertas.
 - Reflete um transbordamento positivo de conhecimento na pesquisa, muitas vezes chamado de “efeito subir nos ombros”.
 - Isaac Newton, se referindo ao conhecimento gerado por cientistas anteriores a ele, como Kepler: “Se enxerguei mais longe do que outros, foi porque estava sobre os ombros de gigantes”.
- Se $\phi < 0 \rightarrow$ a produtividade da pesquisa diminui com o estoque de ideias já descobertas (efeito “*fishing out*” ou “esgotamento da pesca”).
- Se $\phi = 0 \rightarrow$ a produtividade da pesquisa independe do estoque de conhecimento.

Modelo de Romer

- Suponha que a produtividade média da pesquisa dependa do número de pessoas em busca de novas ideias.
 - Talvez a duplicação do esforço seja mais provável quando há mais pessoas envolvidas na pesquisa.
- A forma de modelar essa possibilidade é colocar o termo L_A elevado a uma constante (λ) com valor entre zero e um.
- Portanto, a função de produção de ideias pode ser descrita da seguinte forma:

Como $\dot{A} = \bar{\theta} L_A$, $\bar{\theta} = \theta A^\phi$ e $L_A = L_A^\lambda$:

$$\dot{A} = \theta L_A^\lambda A^\phi \quad (IV)$$

Modelo de Romer

- Mas como os recursos são alocados nessa economia descrita pelo modelo de Romer ?
 - Uma fração constante de produto, S_K , é investida em capital.
 - A mão de obra está alocada em duas atividades básicas: geração de produto, L_Y , e geração de ideias, L_A , onde essas duas atividades empregam toda a mão de obra. Logo:

$$L = L_Y + L_A$$

- **Observação:** em uma versão mais sofisticada, como a apresentada no artigo original de Romer, a alocação de trabalho é determinada via mercado, pela maximização da utilidade.

Modelo de Romer

- Faremos a suposição (ao estilo de Solow) de que a alocação de mão de obra é constante.
 - Assim, uma fração constante $(L_A/L) = S_R$ da força de trabalho está alocada no setor de *P&D*, produzindo ideias e a parcela restante, $(1-S_R)$ está gerando produto.
- Claro, a economia possui uma dotação inicial de fatores, dada por K_0 unidades de capital, L_0 unidades de trabalho e A_0 ideias.

Modelo de Romer

- **O Crescimento no Modelo de Romer**
- Agora que conhecemos a estrutura do modelo de Romer, devemos responder a seguinte pergunta: qual a taxa de crescimento ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado ?
- Veremos que, com uma fração constante da população empregada na geração de ideias, o modelo segue os passos do modelo neoclássico, ao atribuir todo o crescimento per capita ao progresso tecnológico.
- Representando as variáveis *per capita* por letras minúsculas e denotando por g a taxa de crescimento, podemos mostrar que:

$$g_y = g_k = g_A$$

Modelo de Romer

$$g_y = g_k = g_A$$

- Ao longo da trajetória de crescimento equilibrado, a taxa de crescimento do produto *per capita* é igual a taxa de crescimento da relação capital trabalho, que é igual a taxa de crescimento do estoque de ideias.
- Mas como chegamos nesse resultado...
- A FDP é dada por:
$$Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha} \quad (I) \quad (0 < \alpha < 1)$$
- Reescrevendo a FDP em termos per capita:
$$\frac{Y}{L_Y} = \frac{K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}}{L_Y} \rightarrow$$

Modelo de Romer

$$\frac{Y}{L_Y} = \frac{K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}}{L_Y} \rightarrow y = k^\alpha A^{1-\alpha} \rightarrow \ln y = \alpha \ln k + (1-\alpha) \ln A$$

$$\text{Diferenciando} \rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + (1-\alpha) \frac{\dot{A}}{A}$$

- Da equação de acumulação de capital, temos:

$$\dot{K} = s_K Y - \delta K \rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = s_K \frac{Y}{K} - \delta$$

- Observe que a taxa de crescimento de K será constante desde que Y/K seja constante o que implica em y/k constante, o que ocorre somente se y e k estiverem crescendo à mesma taxa $\Rightarrow g_y = g_k$.

Modelo de Romer

- Como $\frac{\dot{A}}{A} = g_A$, na trajetória de crescimento equilibrado, temos:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + (1 - \alpha) \frac{\dot{A}}{A} \rightarrow g_y = \alpha g_k + (1 - \alpha) g_A \rightarrow \boxed{g_y = g_k = g_A}$$

- Dito de outro modo, a taxa de progresso tecnológico determina a taxa de crescimento do PIB *per capita* que, em equilíbrio, é igual a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita*.
- Portanto, a pergunta relevante é: qual é a taxa de progresso tecnológico ao longo da trajetória de crescimento equilibrado ?

Modelo de Romer

- A resposta é obtida quando dividimos ambos os lados da função de produção de ideias por A .

$$\dot{A} = \theta L_A^\lambda A^\phi \quad (IV) \rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta L_A^\lambda A^\phi}{A} \rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta L_A^\lambda}{A^{1-\phi}} \quad (V)$$

- Ao longo da trajetória de crescimento equilibrado, $\dot{A}/A \equiv g_A$ é constante, desde que o numerador e o denominador de (V) cresçam à mesma taxa. Aplicando log e diferenciando, temos:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta L_A^\lambda}{A^{1-\phi}} \quad (V) \rightarrow \ln \frac{\dot{A}}{A} = \ln \theta + \lambda \ln L_A - (1-\phi) \ln A \rightarrow$$

Modelo de Romer

$$\ln \frac{\dot{A}}{A} = \ln \theta + \lambda \ln L_A - (1 - \phi) \ln A \rightarrow \frac{\partial \ln \left(\frac{\dot{A}}{A} \right)}{\partial t} = \lambda \frac{\dot{L}_A}{L_A} - (1 - \phi) \frac{\dot{A}}{A} \quad (VI)$$

- Ao longo da trajetória de crescimento equilibrado a taxa de crescimento do número de pesquisadores deve ser igual à taxa de crescimento da população, ou seja, $\left(\dot{L}_A / L_A \right) = n$.
 - Se a taxa de crescimento do número de pesquisadores superar a taxa de crescimento da população, o número de pesquisadores acabará por superar a população ! Impossível, mas no limite, teremos 100% da população engajada no setor de pesquisa, o que implica em nenhum trabalhador no setor de produção.

Modelo de Romer

- Substituindo essa última condição em (VI), temos:

$$\lambda \frac{\dot{L}_A}{L_A} - (1 - \phi) \frac{\dot{A}}{A} \rightarrow \boxed{\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\lambda}{(1 - \phi)} \frac{\dot{L}_A}{L_A}} \quad \text{Com } \left(\dot{L}_A / L_A \right) = n, \text{ temos :}$$

$$\boxed{\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\lambda n}{(1 - \phi)} \equiv g_A = \frac{\lambda n}{(1 - \phi)} \quad (VII)}$$

- Logo, a taxa de crescimento da tecnologia, que determina a taxa de crescimento do PIB *per capita*, depende dos parâmetros da função de produção de ideias e da taxa de crescimento dos pesquisadores que, em última instância, é dada pela taxa de crescimento da população.

Modelo de Romer

- **Caso 1:** $\lambda = 1$ e $\phi = 0$.
- Nesse caso, a produtividade dos pesquisadores é constante, igual a θ , e a produtividade de um pesquisador hoje independe do estoque de ideias geradas no passado.

$$\text{Segundo (IV): } \dot{A} = \theta L_A^\lambda A^\phi \rightarrow \boxed{\dot{A} = \theta L_A}$$

- Se o número de pessoas envolvidas na busca de novas ideias for constante (L_A constante), como θ também é constante, essa economia gera um número constante de novas ideias (θL_A) a cada período.

Modelo de Romer

- Suponha que $\theta L_A = 100$ e que a economia começa com um estoque de ideias $A_0 = 400$, gerado em períodos anteriores.
- Inicialmente, as 100 novas ideias representam um elevado percentual das ideias existentes (25%). Entretanto, com o decorrer do tempo, essas 100 novas ideias geradas a cada período representarão um percentual cada vez menor do estoque de ideias.
 - Por exemplo, dentro de 16 anos teremos $A_{16} = 2.000$. Com isso, 100 novas ideias representarão um crescimento de 5%.
- Logo, nesse caso, a taxa de crescimento do estoque de ideias diminui ao longo do tempo, se aproximando de zero.
 - Entretanto, o progresso tecnológico nunca para; 100 novas ideias serão criadas a cada período, mas com uma taxa de crescimento em relação ao estoque de ideias cada vez menor.

Modelo de Romer

- A fim de gerar crescimento exponencial, o número de novas ideias deve expandir-se ao longo do tempo, o que ocorrerá caso o número de pesquisadores seja crescente, em decorrência, por exemplo, do crescimento populacional.
- **Comparando com o modelo neoclássico de crescimento**
 - No modelo neoclássico, o maior crescimento populacional reduz a renda *per capita* ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado.
 - No modelo de Romer, como as pessoas são o insumo básico para o processo de criação, uma população maior gera mais ideias, gerando mais crescimento.
 - Note que, como as ideias são não rivais, toda a economia se beneficia de cada nova ideia.

Modelo de Romer

- Mas qual a evidência empírica de que uma maior taxa de crescimento populacional, por exemplo, para a economia mundial, determinaria uma taxa de crescimento maior do PIB *per capita* ?
 - Devemos pensar, nesse caso, na economia mundial, por conta da principal característica das ideias; a não rivalidade.
- Nós sabemos que o crescimento rápido e sustentado da população e do PIB *per capita* mundial é um fenômeno recente.
- Mas será que existe uma relação de causalidade que vá do crescimento populacional para o crescimento do PIB *per capita* ?
 - Essa é uma hipótese difícil de ser testada.

Modelo de Romer

- Observe que, caso essa hipótese seja verdadeira, se a população (ou, pelo menos, o número de pesquisadores) parar de crescer, o crescimento do PIB *per capita* será interrompido.
- Logo, o modelo sugere que, com um esforço de pesquisa constante, não teremos um crescimento sustentado caso a população pare de crescer.
- Entretanto, existe um caso especial em que o esforço de pesquisa constante pode sustentar o crescimento no longo prazo, considerado no artigo original de Romer (1990).
 - Veremos que é o caso onde $\lambda = 1$ e $\phi = 1$.

Modelo de Romer

- **Caso 2:** $\lambda = 1$ e $\phi = 1$.
- Nesse caso, a produtividade dos pesquisadores é proporcional ao estoque existente de ideias: $\bar{\theta} = \theta A$.
 - A produtividade dos pesquisadores cresce com o passar do tempo, mesmo que o número de pesquisadores seja constante.

$$\text{Segundo (IV): } \dot{A} = \theta L_A^\lambda A^\phi \rightarrow \dot{A} = \theta L_A A \rightarrow \boxed{\frac{\dot{A}}{A} = \theta L_A}$$

- Mas essa especificação possui um ponto fraco: o esforço de pesquisa aumentou muito nos últimos 40 anos (número de cientistas e engenheiros nos EUA e G5, mas a taxa de crescimento do PIB per capita mundial não).

Modelo de Romer

- Pode-se evitar essa previsão, facilmente rejeitada pela evidência empírica, fazendo $\phi < 1$, mas isso nos leva de volta aos resultados do caso 1.
- Note que nada nesse raciocínio exclui a existência de retornos crescentes para a pesquisa ou transbordamentos positivos de conhecimento.
- O parâmetro de transbordamento de conhecimentos (ϕ) pode ser positivo e bastante elevado. Entretanto, $\phi = 1$ é fortemente rejeitado pela evidência empírica.

Modelo de Romer

- **Portanto:**
 - $\phi < 1 \rightarrow$ é bastante plausível.
 - $\phi = 1 \rightarrow$ é fortemente rejeitado pela observação empírica.
 - $\phi > 1 \rightarrow$ estes valores implicariam taxa de crescimento aceleradas mesmo com uma população constante.

Modelo de Romer

- Também devemos observar que, da mesma forma que no modelo neoclássico, mudanças na taxa de poupança (investimento) não impactam de forma permanente sobre a taxa de crescimento.
 - Todo o crescimento econômico é explicado pelo comportamento de g_A .
- Note que, a mudança na participação da população empregada em pesquisa também não altera a taxa de crescimento de forma permanente; basta observar a equação (VII).

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\lambda n}{(1-\phi)} \equiv g_A = \frac{\lambda n}{(1-\phi)} \quad (VII)$$

- Mesmo com a tecnologia endógena, a taxa de crescimento não pode ser “manipulada” pelos formuladores de política econômica; nem mesmo com subsídios à P&D.

Modelo de Romer

- **Estática Comparativa: Aumento Permanente na Participação de P&D**
- Considerando $\lambda = 1$ e $\phi = 0$, suponha que ocorra um aumento permanente no número de indivíduos alocado para P&D, por conta de um subsídio governamental.
- Lembre-se que estamos supondo que uma fração constante $(L_A/L) = S_R$ ($L_A = S_R L$) da força de trabalho está alocada no setor de P&D, produzindo ideias e a parcela restante, $(1-S_R)$ está gerando produto.
 - Logo, S_R aumenta para S'_R .

$$\text{Como } \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta L_A^\lambda}{A^{1-\phi}} \quad (V) \rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta L_A}{A} \rightarrow \boxed{\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta S_R L}{A}}$$

Modelo de Romer

- No estado estacionário a economia cresce ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado à taxa de progresso tecnológico (g_A), que assumimos ser igual à taxa de crescimento populacional (n).
 - A razão L_A/A é, portanto, igual g_A/θ .

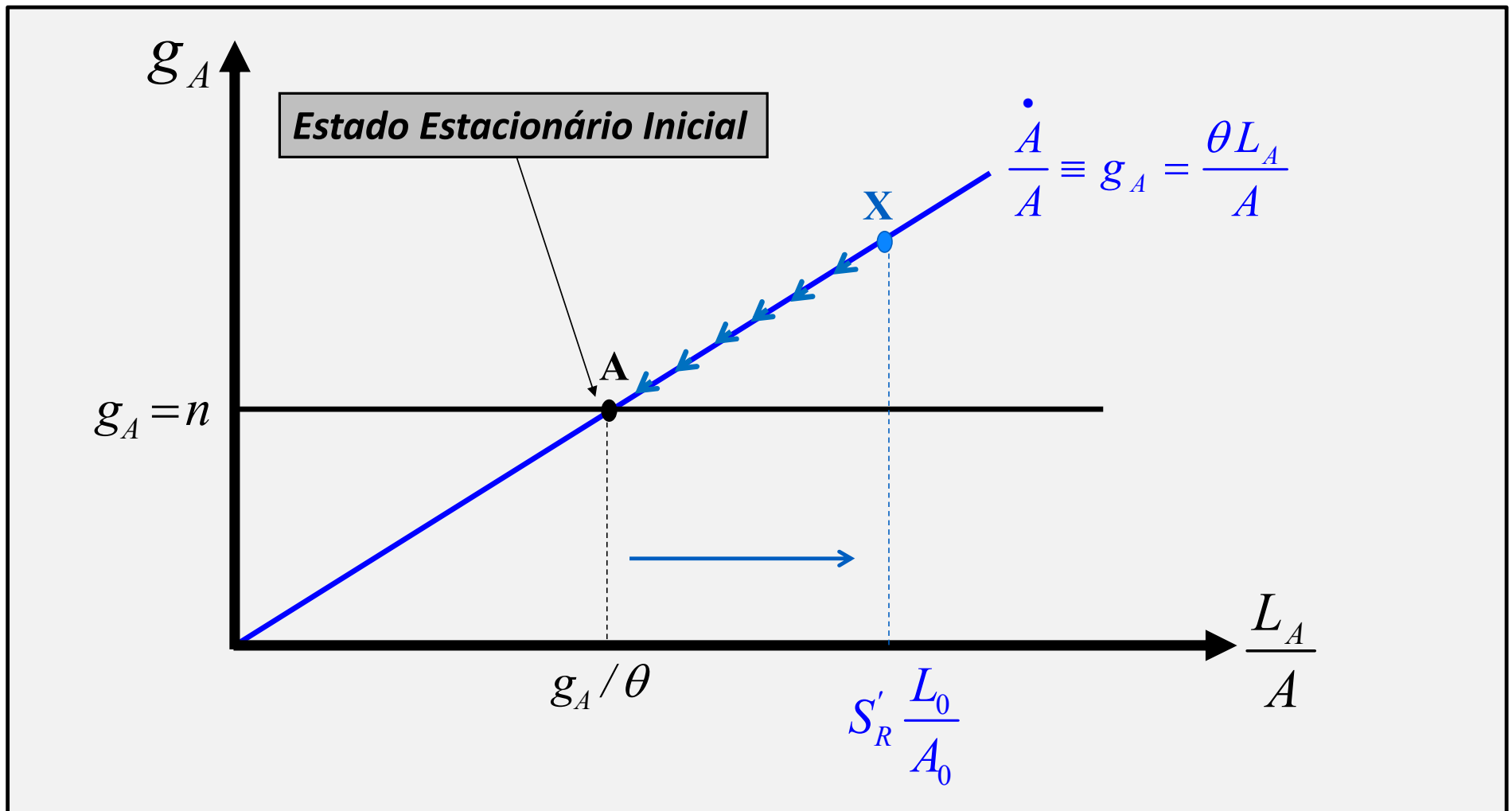
$$\text{Como } \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta S_R L}{A} \rightarrow g_A = \frac{\theta S_R L}{A} \rightarrow \frac{g_A}{\theta} = \frac{S_R L}{A} \rightarrow \boxed{\frac{g_A}{\theta} = \frac{L_A}{A}}$$

- Sendo L_0 o número de pesquisadores inicial, um aumento em S_R aumenta o número de pesquisadores, de forma que a razão L_A/A passa para um patamar mais elevado.

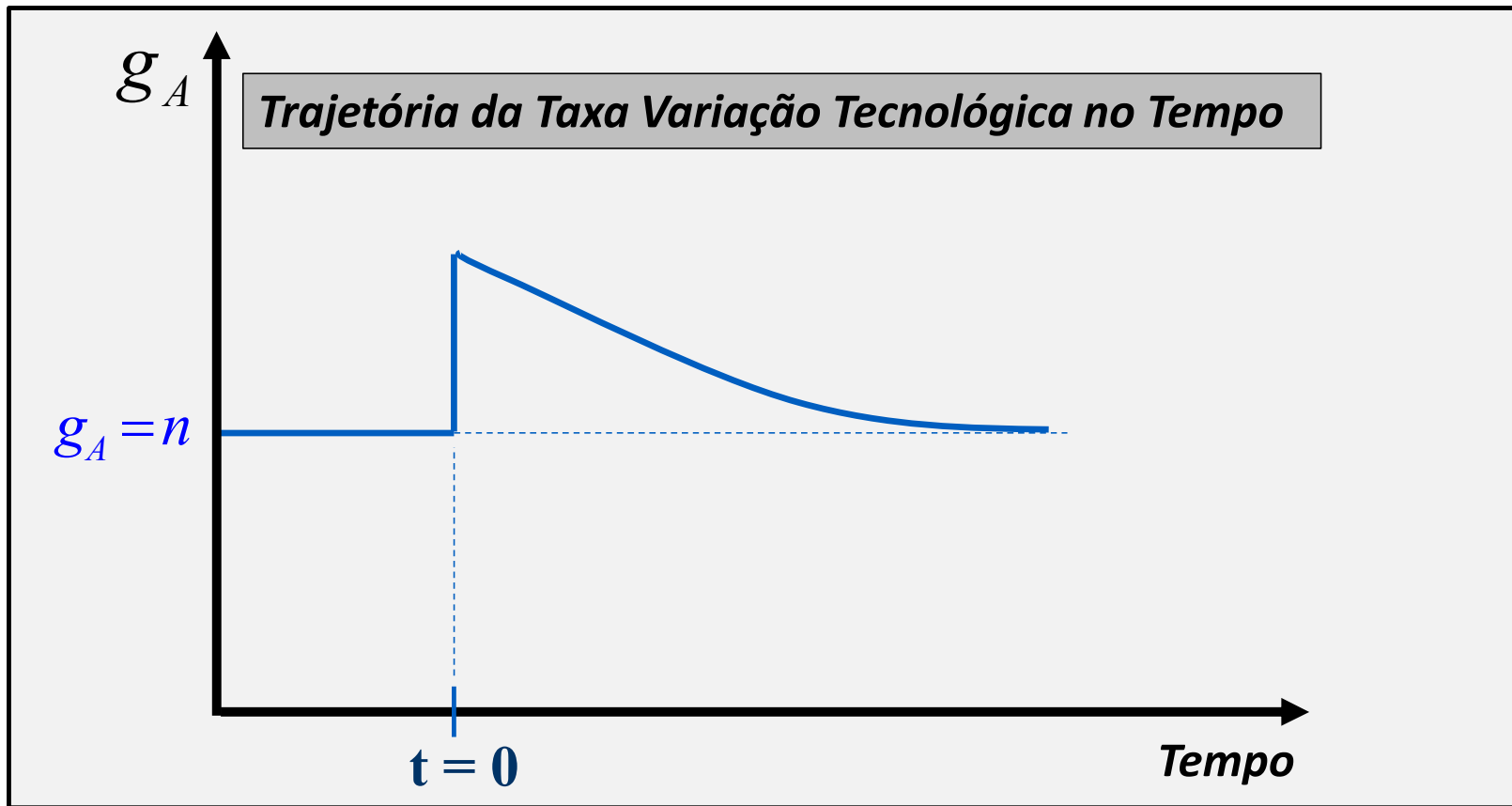
Modelo de Romer

- Os pesquisadores adicionais geram um aumento no número de novas ideias. Com isso, a taxa de crescimento da tecnologia aumenta.
- No ponto X, a taxa de progresso tecnológico (g_A) supera o crescimento populacional (n), de modo que a razão (L_A/A) diminui ao longo do tempo, conforme indicam as setas no gráfico a seguir.
 - Com $g_A > n$, L_A/A diminui (g_A aumenta A , e n aumenta L_A).
- A medida que a razão L_A/A declina, a taxa de mudança tecnológica também cai gradualmente, até que a economia retorna à sua trajetória de crescimento equilibrado, onde $g_A = n$.

Modelo de Romer

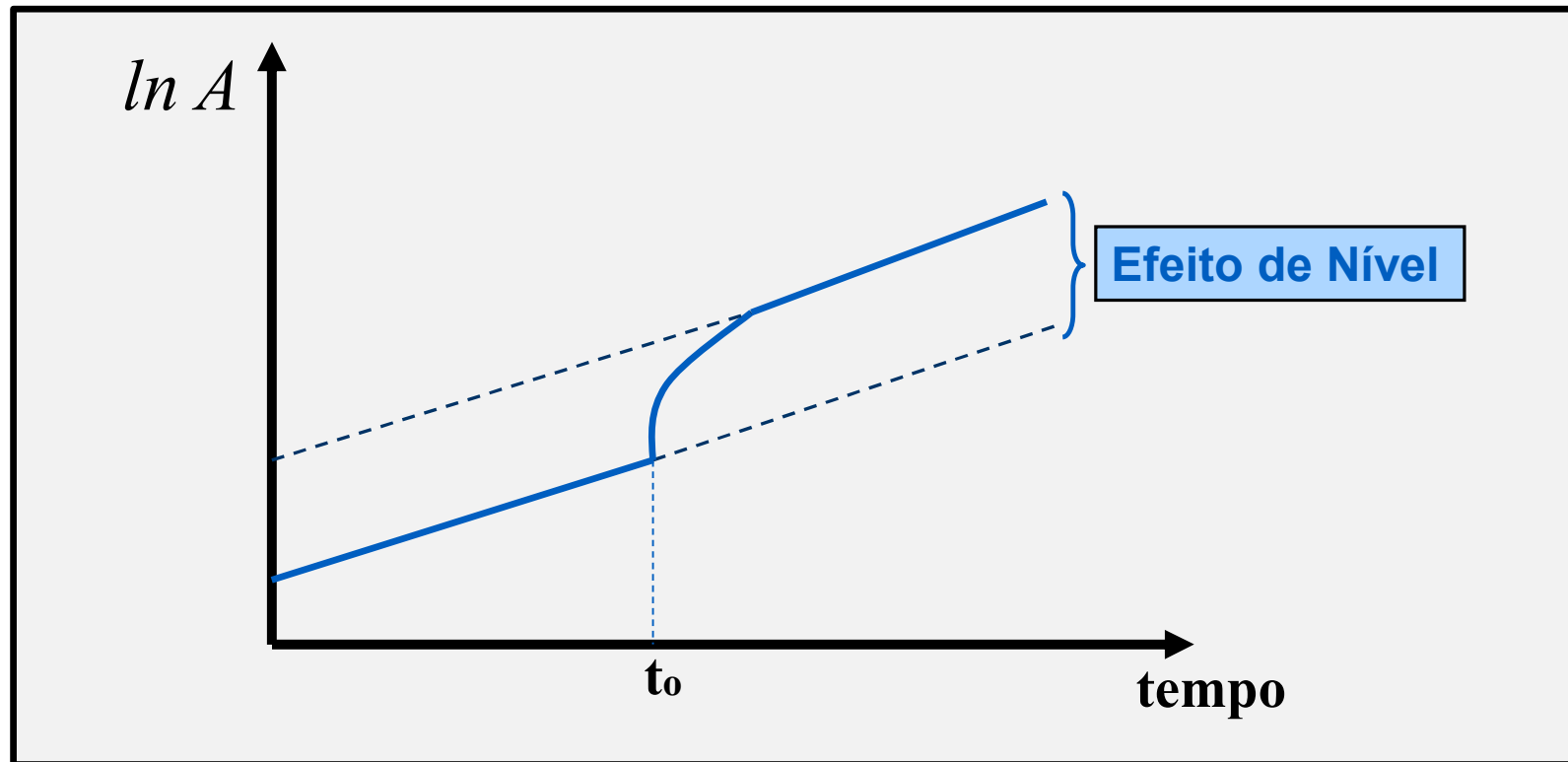


Modelo de Romer



- Um aumento permanente na proporção da população dedicada à pesquisa aumenta apenas temporariamente a taxa de progresso tecnológico.

Modelo de Romer



- Um aumento permanente na proporção da população dedicada à pesquisa aumenta apenas temporariamente a taxa de progresso tecnológico, mas o nível de tecnologia se situará em um patamar permanentemente mais elevado.

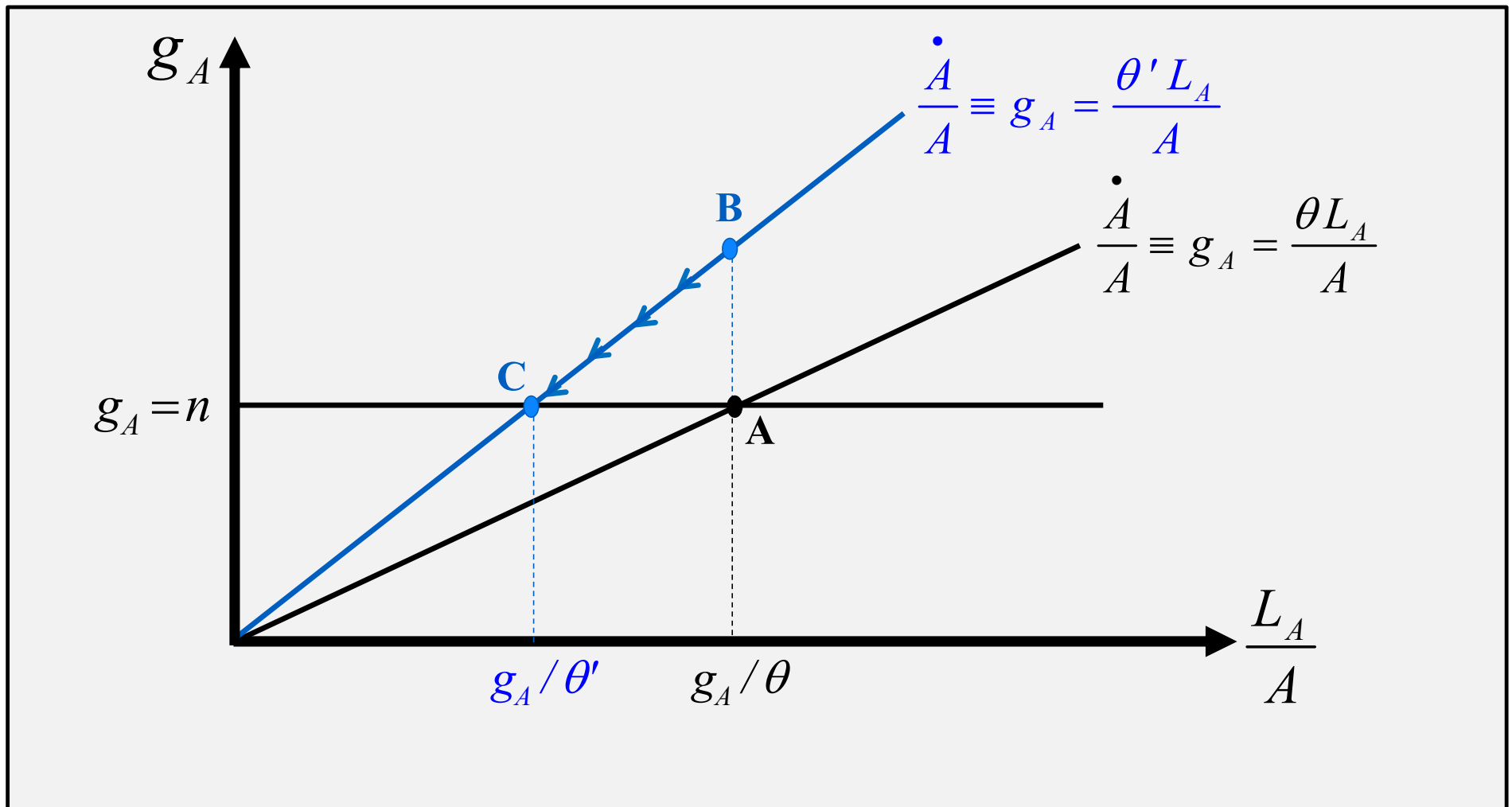
Modelo de Romer

- **Estática Comparativa: Aumento Permanente em θ .**
- Considerando o caso 1, onde $\lambda = 1$ e $\phi = 0$, vimos que a produtividade dos pesquisadores é constante, igual a θ , e a produtividade de um pesquisador hoje independe do estoque de ideias geradas no passado.

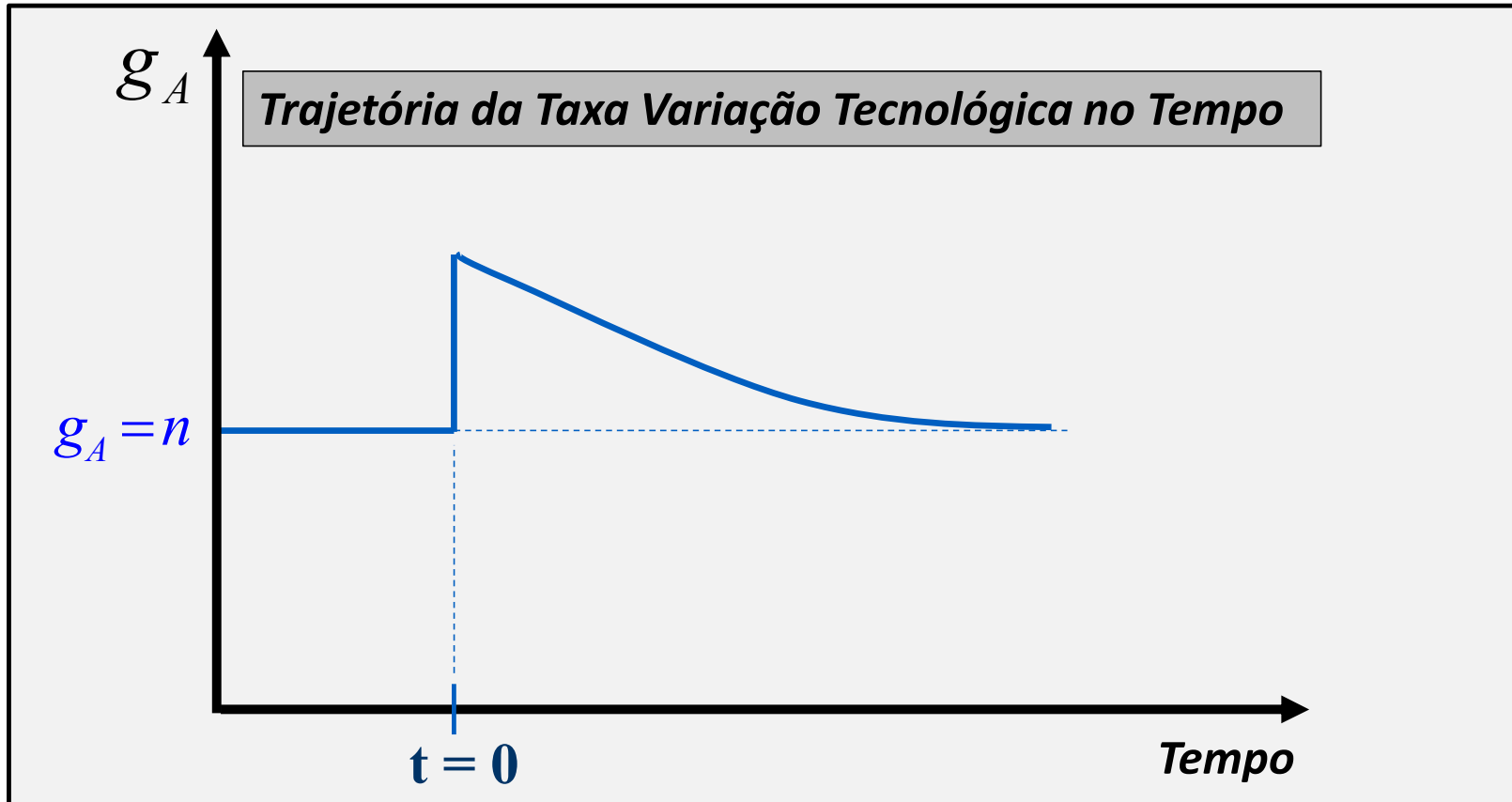
$$\text{Segundo (IV)} : \dot{A} = \theta L_A^\lambda A^\phi \rightarrow \dot{A} = \theta L_A$$

- Se o número de pessoas envolvidas na busca de novas ideias for constante (L_A constante), como θ também é constante, essa economia gera um número constante de novas ideias (θL_A) a cada período.
- Um aumento permanente em θ terá os mesmos efeitos de um aumento em S_R (aumento permanente na proporção da população dedicada à pesquisa).

Modelo de Romer



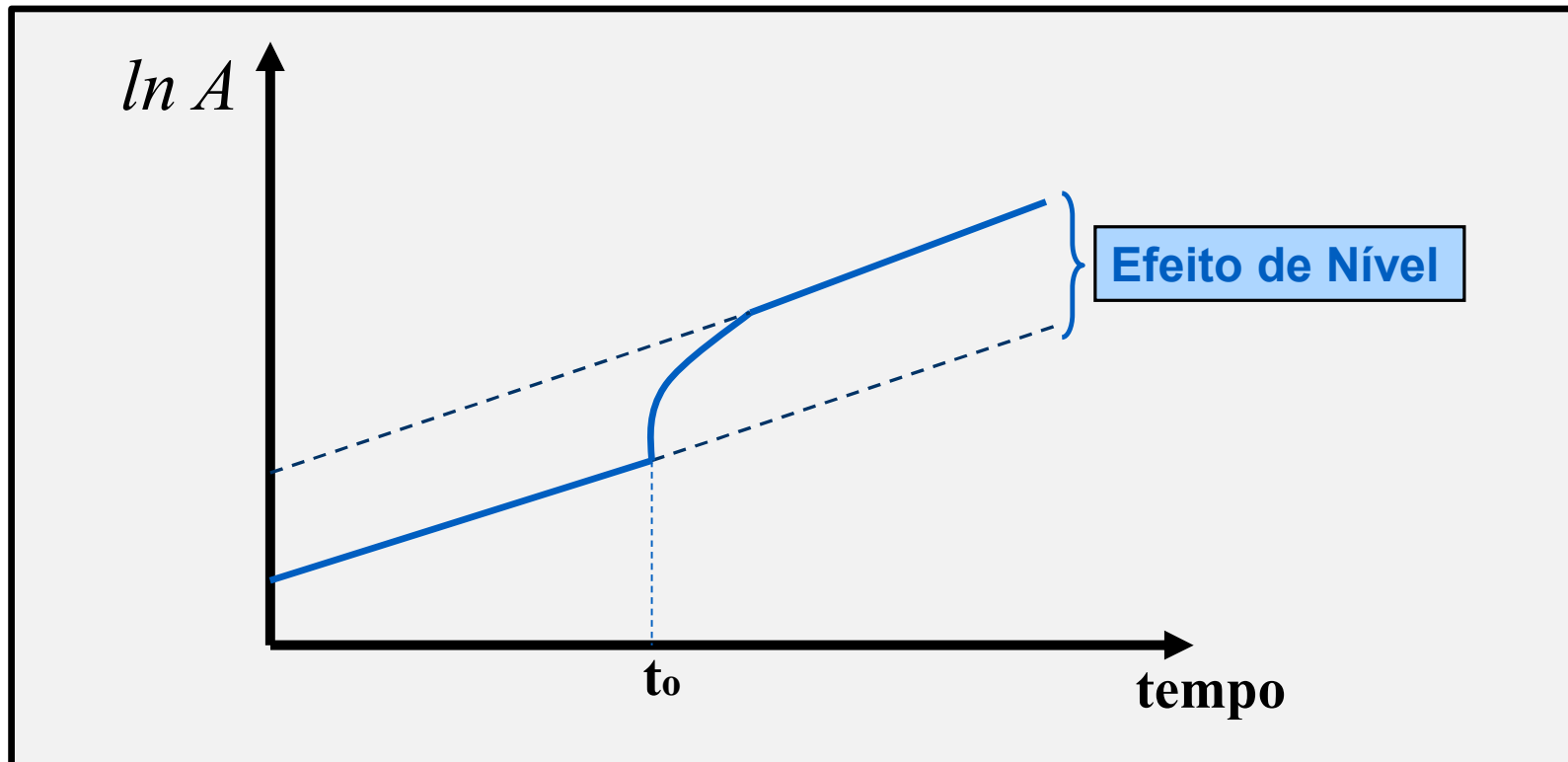
Modelo de Romer



Modelo de Romer

- Um aumento em δ ocasiona um aumento temporário na taxa de crescimento tecnológico (g_A); dado um nível inicial para L_A , os pesquisadores se tornaram mais produtivos e produzem mais ideias.
- Ao longo do tempo a taxa de crescimento da tecnologia diminui.
 - Com $\frac{\dot{A}}{A} > n \Rightarrow \frac{L_A}{A} \downarrow \Rightarrow \bar{g}_A = \uparrow \theta \frac{L_A}{A} \downarrow$
- Note que, novamente, teremos apenas uma mudança temporária (efeito de nível) na taxa de crescimento da tecnologia.

Modelo de Romer



Modelo de Romer

- Calculando o Estado Estacionário da Economia

$$FDP : Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}$$

- Vamos escrever a FDP em unidades de eficiência, lembrando que S_R é a parcela da população alocada no setor de P&D, com $L = L_A + L_Y$, o que implica em $L_A = S_R L$ e $L_Y = (1-S_R)L$.

$$Logo : \frac{Y}{AL} = \frac{K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}}{AL} \rightarrow \frac{Y}{AL} = \frac{K^\alpha A^{1-\alpha} (1-S_R)^{1-\alpha} L^{1-\alpha}}{AL} \rightarrow$$

$$\frac{Y}{AL} = (1-S_R)^{1-\alpha} \frac{K^\alpha}{(AL)^\alpha} \rightarrow \frac{Y}{AL} = (1-S_R)^{1-\alpha} \left(\frac{K}{AL} \right)^\alpha$$

Modelo de Romer

Seja $\hat{y} \equiv \frac{Y}{AL}$, $\hat{k} \equiv \frac{K}{AL}$ e $B \equiv (1 - S_R)^{1-\alpha}$: Logo : $\hat{y} = B\hat{k}^\alpha$

Temos que $\dot{K} = S_K Y - \delta K \rightarrow \frac{\dot{K}}{AL} = S_K \frac{Y}{AL} - \delta \frac{K}{AL} \rightarrow \dot{\hat{k}} = S_K \hat{y} - \delta \hat{k}$

No estado estacionário $\dot{\hat{k}} = 0$. Como vimos anteriormente (Solow) :

$$S_K \hat{y} = (\delta + n + g_A) \hat{k} \rightarrow S_K B \hat{k}^\alpha = (\delta + n + g_A) \hat{k} \rightarrow \frac{\hat{k}}{\hat{k}^\alpha} = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right) \bullet B$$

$$\hat{k}^{1-\alpha} = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right) \bullet B \rightarrow \hat{k}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \bullet B^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Modelo de Romer

$$\text{Como } y = Bk^\alpha : \hat{y}^* = B \bullet \left[\left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \bullet B^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^\alpha \rightarrow$$

$$\hat{y}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet B \bullet B^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \rightarrow \hat{y}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet B^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\text{Como } B = (1 - S_R)^{1-\alpha} \rightarrow \hat{y}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet \left[(1 - S_R)^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \rightarrow$$

Modelo de Romer

$$\hat{y}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet (1 - S_R) , \text{ onde } \hat{y} \equiv \frac{Y}{AL}$$

$$\text{Logo : } y^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet (1 - S_R) A . \text{ Como } \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\theta S_R L}{A} \rightarrow A = \frac{\theta S_R L}{g_A}$$

$$y_{(t)}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet (1 - S_R) \frac{\theta S_R}{g_A} L_{(t)} \quad (VIII)$$

Modelo de Romer

$$y_{(t)}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet (1 - S_R) \frac{\theta S_R}{g_A} L_{(t)} \quad (VIII)$$

- Primeiramente, note que a única diferença em relação ao equilíbrio em estado estacionário (PIB *per capita* no estado estacionário) do modelo neoclássico (Solow) está no segundo termo: $(1 - S_R) (\theta S_R / g_A) L_{(t)}$.
- O produto per capita é proporcional à população da economia (mundial) ao longo da trajetória de crescimento equilibrado. Dito de outro modo, temos um efeito escala em níveis, ou seja, uma economia mundial maior será mais rica pois, dada a não rivalidade das ideias, quanto maior a economia maior será o efeito positivo sobre o PIB *per capita* de uma nova ideia

Modelo de Romer

$$y_{(t)}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet (1 - S_R) \frac{\theta S_R}{g_A} L_{(t)} \quad (VIII)$$

- Note que dois termos envolvem a parcela de mão de obra dedicada à pesquisa: **i)** o termo $(1 - S_R)$ captura o fato de que um número maior de pesquisadores implica em um número menor de trabalhadores dedicados à produção e **ii)** o termo $(\theta S_R / g_A)$ captura o fato de que mais pesquisadores geram mais ideias, o que aumenta a produtividade da economia.

Modelo de Romer

$$y_{(t)}^* = \left(\frac{S_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bullet (1 - S_R) \frac{\theta S_R}{g_A} L_{(t)} \quad (VIII)$$

- Quanto ao primeiro termo, ele nos fornece a mesma interpretação do modelo neoclássico.
 - O PIB *per capita* (não a taxa de crescimento) será maior quanto maior a taxa de poupança (maior o investimento em capital), quanto maior a elasticidade de produto em relação ao estoque de capital.

Modelo de Romer

- Pode parecer um pouco estranho para os alunos que estão entrando em contato pela primeira vez com esse tipo de literatura, mas a nossa abordagem do Modelo de Romer foi bastante intuitiva, sem entrar em detalhes sobre a economia que está por trás do modelo.
 - Você pode não ter percebido, mas deixamos várias perguntas sem uma resposta adequada.
- Na verdade, durante a década de 60, alguns economistas construíram modelos com características semelhantes, mas sem o desenvolvimento de microfundamentos (a economia por trás do modelo), o que foi feito por Romer no final da década de 80.
 - Vale destacar os seguintes trabalhos: Uzawa (1965), Phelps (1966), Shell (1967), Nordhaus (1969).

Modelo de Romer

- Ao construir o seu modelo, com concorrência imperfeita em um ambiente de equilíbrio geral, Romer se beneficiou muito dos artigos de Spence (1976) e Dixit e Stiglitz (1977).
- Não vamos entrar nesses detalhes, que podem ser vistos no livro de Introdução à Teoria do Crescimento Econômico, de Charles Jones.
- Esses detalhes envolvem explicitar o comportamento de agentes econômicos maximizadores de lucros em uma economia composta por três setores (bens finais, intermediários e pesquisa), cada um com certas características, que nos levam a função de produção que utilizamos anteriormente.
 - **Podemos:** i) explicitar como se dá a participação da população que trabalha no setor de pesquisas, ii) calcular o preço ótimo de uma patente iii) adicionar elementos Shumpeterianos de Destruição Criativa,...

Crescimento Endógeno e Capital Humano

- Uma outra possibilidade da geração de crescimento endógeno pode ser vista em Lucas (1988).
- Não desenvolveremos esse modelo, pois ele nunca foi cobrado na prova da ANPEC (sua formalização).
- A ideia central do modelo é a de que os indivíduos possuem um incentivo ao investimento em educação:
 - O indivíduo irá investir em capital humano até o ponto no qual os retornos marginais da educação sejam iguais aos custos marginais.
 - Lucas considera duas fontes principais de acumulação de capital humano (aquisição de habilidades): educação e *learning by doing*.
- Logo, a abordagem envolve ações intencionais tomadas por agentes econômicos racionais, podendo gerar crescimento contínuo do PIB *per capita* em função da acumulação de capital humano.

Instituições e Crescimento

- De acordo com o que vimos até aqui, diferenças no produto por trabalhador entre países ricos e pobres são atribuídas, principalmente, as diferenças no nível de tecnologia e educacional entre os países. Por várias razões, os países pobres não conseguem diminuir esta **defasagem tecnológica e educacional**.
- Outras possíveis razões incluem direitos de propriedade mal definidos, instabilidade política, escassez de empreendedores e mercados financeiros pouco desenvolvidos e outros fatores que podemos chamar de **Infraestrutura Institucional**.
 - Provavelmente, o trabalho inicial mais relevante sobre o tema é:
 - **ACEMOGLU, D., JOHNSON, S. AND ROBINSON, J. A. “The Colonial Origins of Comparative Development: An Empirical Investigation”** . The American Economic Review, Vol. 91, No. 5 (Dec., 2001), pp. 1369-1401.

Instituições e Crescimento

- A **PTF** é a parcela do crescimento que não é explicada nem pela quantidade de máquinas e equipamentos (estoque de capital físico) nem pela quantidade e qualidade de força de trabalho (capital humano).
- Portanto, a PTF pode ser entendida como uma medida de eficiência da economia.
- Toda diferença nos níveis de PIB entre os países não explicada pelos insumos de produção tradicionais é amontoada na rubrica **“Produtividade Total dos Fatores”**.

Instituições e Crescimento

- A pesquisa acadêmica recente nos conta que a PTF é mais relevante do que pensávamos para explicar porque alguns países são ricos e outros não.
- Por exemplo, Hall e Jones* (2001) mostram que as diferenças de PTF são mais importantes para explicar a dispersão de renda per capita entre os países do que as diferenças de capital físico e humano.
 - Se Níger, um país 35 vezes mais pobre que os EUA, fosse magicamente dotado com os capitais humano e físico dos EUA, ainda seria 8 vezes mais pobre que os EUA.

* Hall, R.E. & Jones C. I. Jones. Why do Some Countries Produce so Much More Output Per Worker Than Others?. *The Quarterly Journal of Economics*.

Instituições e Crescimento

- **Como as instituições afetam a produtividade total dos fatores (PTF), consequentemente, o crescimento econômico ?**
- As instituições são as regras formais e informais que balizam o funcionamento de uma economia de mercado.
- Elas regulam tanto a relação entre os agentes privados quanto a relação entre os agentes privados e o governo.
- Regras boas e facilitam as trocas e incentivam a busca por mais produtividade.
- Vejamos alguns exemplos:

Instituições e Crescimento

- Um sistema de pesagem e metragem ineficiente gera um excessivo grau de incerteza, conseqüentemente, menos trocas, menos especialização e menos produtividade.
- Instituições responsáveis por garantir o direito de propriedade, quando de má qualidade (polícia corrupta, judiciário lento, ausência de lei de patentes, etc.), prejudicam o crescimento. As firmas investirão muitos recursos em segurança e poucos recursos em desenvolver novos produtos, passíveis de expropriação.
 - A solução para esses problemas (não colher os frutos do investimento), passa, geralmente, por delegar o monopólio da força e da justiça para o Estado, tentando preservar uma boa convivência entre os agentes privados. Entretanto, surge um problema potencial: quem garante que o Estado não usará seu poder para ele mesmo expropriar os agentes privados ?

Instituições e Crescimento

- Por exemplo, construir túneis caros (ou estádios de futebol) é menos produtivo que investir em educação, mas certamente é mais fácil enriquecer ilicitamente no primeiro caso. Pense em um aumento de salários para os professores; eles teriam que concordar em repassar parte desse aumento para os políticos !
- Note então que boas instituições são aquelas que facilitam as transações econômicas e que previnem dois tipos de expropriação: a praticada por agentes privados e a praticada pelo governo.
 - Por conta disso, muitos estudos empíricos que testam o impacto das instituições sobre a economia utilizam medidas de direito de propriedade e respeito aos contratos.

1) QUESTÃO 13 - 2017

Avalie as assertivas abaixo:

2) O modelo AK é compatível com uma tecnologia do tipo *learning by doing*. **V**

- Os modelos que geram um crescimento contínuo sem a necessidade de que alguma variável cresça exogenamente, são chamados de modelos de crescimento endógeno.
- O modelo AK faz parte dessa “família” de modelos, e gera crescimento endogenamente, assumindo a hipótese de que a FDP é linear no capital, justamente pela existência de externalidades do capital (externalidades na acumulação do capital físico : Romer - 1986).
 - Essas externalidades podem surgir dos conceitos de aprendizagem pela prática (*learning by doing*) e/ou transbordamento de conhecimentos (*knowledge spillovers*).

2) QUESTÃO 05 - 2016

Classifique as afirmativas como verdadeiras (V) ou falsas (F):

0) Considere o modelo de Solow ampliado com educação. No longo prazo, o produto *per capita* depende tanto da taxa de poupança quanto do tempo destinado à acumulação de capital humano. **V**

- Em 1992, é publicado “A contribution to the empirics of economic growth”, um importante artigo de G. Mankiw, D. Romer e D. Weil (MRW) que avalia as implicações empíricas do modelo de Solow, concluindo que ele apresenta um bom desempenho.
- MRW observaram que o ajustamento do modelo poderia ser melhorado com a incorporação do capital humano.
 - A qualificação da mão de obra (nível de instrução) não é idêntica para todas as economias.
 - No modelo de MRW a economia acumula capital humano tal como acumula capital físico: abrindo mão do consumo.

- Nesse modelo o PIB *per capita* depende da acumulação de capital físico (função da taxa de poupança) e da acumulação de capital humano (anos de estudo).
 - A *proxi* para anos de estudo utilizada é a taxa de matrículas em determinado segmento do ensino (primário ou secundário).

- Como vimos:
$$y_{(t)}^* = \left(\frac{s_K}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h A_{(t)}$$

- Alguns países são ricos porque têm altas taxas de **poupança** (investimento) em capital físico, despendem uma parcela considerável de **tempo acumulando habilidades** ($h = e^{\psi u}$), possuem baixas taxas de **crescimento populacional** e altos níveis de **tecnologia**.

1) A taxa de crescimento contínua gerada nos modelos de crescimento endógeno depende de variáveis como a taxa de poupança e, a taxa de gastos com educação. **V**

- No caso específico dessa questão, são citadas duas possibilidades de crescimento gerado endogenamente:
 - Gastos com educação.
 - Tamanho da taxa de poupança.
- No primeiro caso, temos os modelos de Lucas e Romer:
 - Gastos com educação (Lucas – 1988) ou alocação de pessoal em P&D (Romer – 1990) alteram a taxa de crescimento de forma permanente.
- No segundo caso, temos o modelo AK.
 - Como vimos, nesse caso, um aumento da taxa de poupança aumenta, de forma permanente, a taxa de crescimento.

2) Uma economia que sustenta uma taxa mais elevada de progresso tecnológico ultrapassará, em última instância, todas as outras economias. **V**

- *Ceteris paribus*, a afirmação é verdadeira.
- Tomando como base o modelo de Solow, sabemos que a taxa de crescimento do PIB *per capita* depende da taxa de progresso tecnológico (g_A).
- Logo, se uma economia sustentar uma taxa mais elevada de progresso tecnológico ela obterá uma taxa de crescimento do PIB *per capita* mais elevada e, com isso, em algum momento, seu PIB *per capita* será maior que o de todas as outras economias.

3) Empiricamente, a proteção dos direitos de propriedade tem baixa correlação com o nível do PIB *per capita* dos países. **F**

- Como vimos, o progresso tecnológico nas economias modernas, que impulsiona a taxa de crescimento do PIB *per capita*, é resultado, em grande medida, das atividades de ***pesquisa e desenvolvimento*** das empresas.
- Os gastos com ***P&D*** dependem:
 - Da ***fertilidade*** do processo de pesquisa ou de como os gastos com *P&D* se traduzem em novas ideias e novos produtos.
 - Da ***apropriabilidade*** dos resultados da pesquisa ou da extensão em que as empresas se beneficiam dos resultados de seu próprio processo de P&D, **o que exige a proteção dos direitos de propriedade.**
- A evidência empírica sugere uma **forte correlação** entre a **renda *per capita*** e o **grau de proteção da propriedade intelectual**, que é um importante determinante do ritmo de mudança tecnológica (North – 1990).
- North, D. “Institutions, Institutional Change and Economic Performance”. Cambridge University Press, 1990.

4) A acumulação de capital, por si só, não é capaz de sustentar permanentemente o crescimento do produto per capita no modelo de Solow. **V**

- Como vimos, no modelo de Solow o crescimento permanente do PIB *per capita* ocorre por conta de variações tecnológicas exógenas, que aumentem a eficiência do trabalho.

3) QUESTÃO 07 - 2014

Classifique as afirmativas como verdadeiras (V) ou falsas (F):

2) Os modelos de crescimento endógeno consideram o volume de poupança externa entrando no país como o promotor fundamental de seu crescimento; **F**

- Nos modelos de crescimento endógeno não existe qualquer distinção entre poupança doméstica ou externa. Adicionalmente, o único modelo de crescimento endógeno onde a taxa de poupança afeta a taxa de crescimento é o modelo com tecnologia AK.

3) Os modelos de crescimento endógeno consideram a explicação do processo de acumulação de capital humano e de conhecimento como parte do modelo; **V**

- Como vimos, modelo de Lucas (1988) e modelo de Romer (1990).

4) QUESTÃO 15 - 2014

Seja a função de produção da economia dada por $Y_t = AK_t$, onde Y é o produto, A é a tecnologia (constante) e K é uma medida ampla do estoque de capital (inclui capital físico e humano). Nesta economia, a taxa de poupança é igual a 20% ao ano, a população é constante, o nível de tecnologia é $A = 0,4$ e a taxa de depreciação é zero. Calcule a taxa de crescimento do produto em termos percentuais ao ano.

Resposta = 8

- Se $y = Ak$, com $\dot{k} = sy - (n + \delta)k$, temos:

- Taxa de Crescimento $\rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = s \frac{y}{k} - \frac{(n + \delta)k}{k} \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = s \frac{y}{k} - (n + \delta)$

- Como $y = Ak \rightarrow A = \frac{y}{k} \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = sA - (n + \delta)$ e $\frac{\dot{K}}{K} = sA - \delta$

- Logo, temos: $\frac{\dot{k}}{k} = 0,2 \bullet 0,4 - (0 + 0) \rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = 0,08 (8\%)$

$$\rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = 0,2 \bullet 0,4 - 0 \rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = 0,08 (8\%)$$

5) QUESTÃO 12 - 2011

Julgue as afirmativas abaixo, a respeito dos modelos de crescimento:

0) No modelo de Solow sem progresso técnico, o aumento da taxa de depreciação do capital leva a economia a uma nova trajetória de crescimento equilibrado, na qual a taxa de retorno do capital é menor do que no equilíbrio original. **F**

- Como vimos, o estoque de capital *per capita* no estado estacionário é dado por:

- Se $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \rightarrow k^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

- Logo, um aumento da taxa de depreciação reduz o estoque de capital no estado estacionário. Como $PMgk = r$, e uma redução de k aumenta a $PMgk$ (lembre-se que a $PMgk$ é decrescente), nesse caso, teremos um aumento da remuneração do capital (r).

1) No modelo de Solow, se o estoque de capital por trabalhador se encontra acima do nível associado à “regra de ouro”, então o aumento da taxa de crescimento populacional pode aumentar (tudo o mais constante) o nível de consumo *per capita*, dado que permite diminuir o estoque de capital por trabalhador. **F**

- Vimos que, no modelo de Solow, o estoque de capital em estado estacionário que maximiza o consumo (regra de ouro) ocorre quando $PMgk = \delta + n$. Esse estado estacionário ocorre quando $s = \alpha$.
- Portanto, se $k^* > k^{**}$, uma **redução da taxa de poupança** faz com que a economia se aproxime do estoque de capital *per capita* maximizador de consumo (aumentaria o consumo).
- Entretanto, se a redução de k^* ocorre por um aumento em n ou em δ , o consumo *per capita* será reduzido.
 - Dito de outro modo, *ceteris paribus*, um aumento em n ou em δ reduz o consumo *per capita*.

2) Considere o modelo de Solow com progresso técnico incrementador de trabalho, no qual a economia se encontra em uma trajetória de crescimento equilibrado, com taxa de poupança de 30%, taxa de depreciação do capital de 3%, crescimento populacional de 2% e crescimento da produtividade de 5% ao ano. Logo, a relação capital-produto na trajetória de crescimento equilibrado é igual a 3. **V**

- Sabemos que $\dot{\hat{k}} = s\hat{y} - (\delta + n + g_A)\hat{k}$.

- No estado estacionário : $s\hat{y} = (\delta + n + g_A)\hat{k} \rightarrow \frac{\hat{k}}{\hat{y}} = \frac{s}{(\delta + n + g_A)}$

$$\rightarrow \frac{\hat{k}}{\hat{y}} = \frac{0,3}{(0,03 + 0,02 + 0,05)} \rightarrow \frac{\hat{k}}{\hat{y}} = 3 \rightarrow \text{Como } \frac{K/LA}{Y/LA} \rightarrow \boxed{\frac{K}{Y} = \frac{k}{y} = 3}$$

3) Considere o modelo básico de crescimento endógeno, com função de produção dada por $Y = 0,5K$, em que Y é o produto e K o estoque de capital da economia, e taxa de depreciação do capital de 5% ao ano. Logo, qualquer taxa de poupança superior a 10% gera taxas positivas de crescimento do produto no longo prazo. **V**

- Como vimos, a taxa de crescimento no modelo AK é dada por:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = sA - \delta$$

- Logo, para que a taxa de crescimento seja positiva devemos ter $sA > \delta \Rightarrow s > \delta/A$.
- Logo, temos: $s > 5\%/0,5$, ou seja, a taxa de poupança deve ser maior que 10%.

4) Considere um modelo de crescimento com função de produção dada por $Y = B \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$, em que Y é o produto, K é o estoque de capital, L é o número de trabalhadores (suposto constante), α é a participação do capital no produto, e B representa o nível tecnológico da economia, que é determinado pela seguinte equação: $B = A \cdot K^{1-\alpha}$, em que A é uma constante positiva. Nesse modelo, um aumento na taxa de poupança não influencia a taxa de crescimento de longo prazo. **F**

- *Temos que $Y = BK^\alpha L^{1-\alpha}$ e $B = AK^{1-\alpha}$. Logo, $Y = AKL^{1-\alpha}$.*
- Note que temos um modelo com externalidades do capital.
 - Observe que a FDP é linear no capital.
 - Observe também que, se normalizarmos L para 1, teremos o modelo AK tradicional.
- Portanto um aumento em s pode aumentar permanentemente a taxa de crescimento do produto.

6) Questão 9 - 2009

Considere o modelo de crescimento endógeno, com função de produção $Y = AK$, em que Y é o produto, K é o capital e A é um índice de produtividade. A taxa de poupança é de 30%. O capital deprecia à taxa de 10% ao ano. O parâmetro A é igual a 0,5. Não há crescimento populacional. Suponha que o estoque de capital inicial seja positivo. Julgue as seguintes afirmativas:

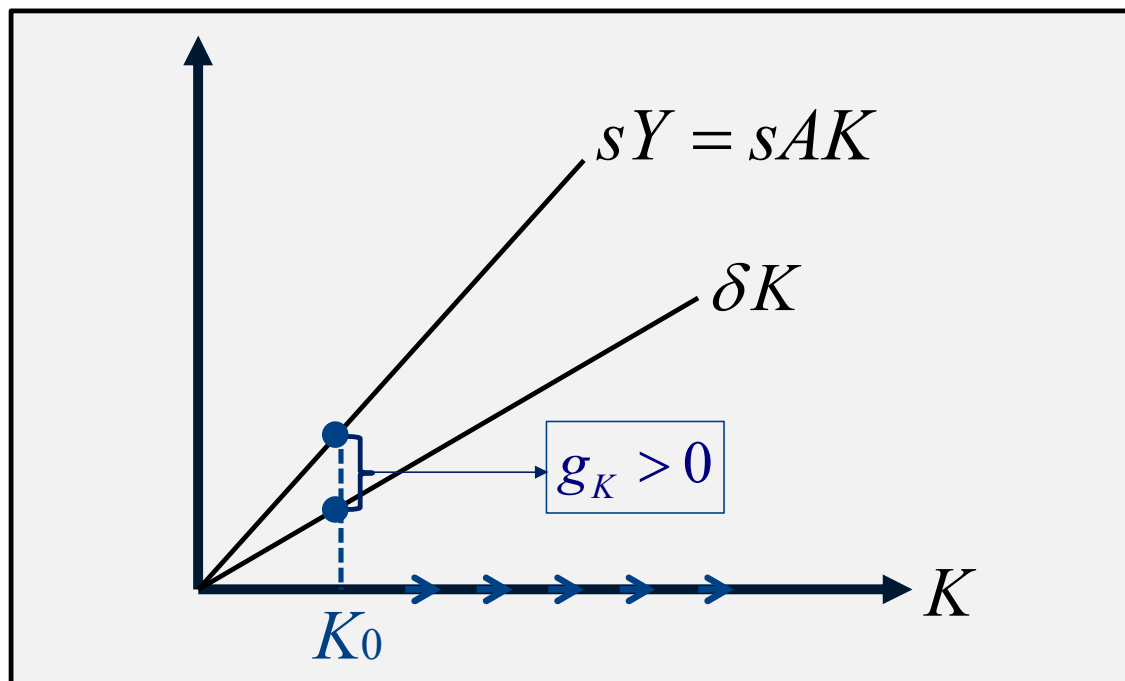
0) A taxa de crescimento do produto é de 5% ao ano. **V**

- Conforme vimos:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = sA - \delta \rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = 0,3(0,5) - 0,1 \rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = 0,05 \rightarrow 5\%$$

1) O capital por trabalhador de estado estacionário é igual a 1,5. **F**

- Conforme vimos, no modelo AK não existe estado estacionário. Caso tenhamos $sA > \delta$, como a PMgK não é decrescente, a economia crescerá permanentemente à taxa $sA - \delta$.



2) Um aumento na taxa de poupança (tudo o mais constante) pode reduzir permanentemente a taxa de crescimento do consumo por trabalhador. **F**

- Conforme vimos, no caso do modelo AK:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{c}}{c} = sA - (\delta + n) \quad e \quad \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{C}}{C} = sA - \delta$$

- Logo, um aumento da taxa de poupança aumenta a taxa de crescimento do consumo *per capita* permanentemente.

3) Uma redução na taxa de depreciação (tudo o mais constante) eleva permanentemente a razão capital-produto. **F**

- Uma redução da taxa de depreciação aumenta a taxa de crescimento do produto e do estoque de capital. Como o produto e o estoque de capital crescem à mesma taxa, a razão capital-produto se mantém constante.

4) Um aumento no parâmetro A (tudo o mais constante) eleva permanentemente a taxa de crescimento do produto. **V**

- Conforme vimos:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = sA - \delta$$

- Logo, um aumento em A aumenta a taxa de crescimento do produto.