CORECON-RJ

CONSELHO REGIONAL DE ECONOMIA

Macroeconomia - ANPEC
Intensivo – 2022 – Parte 2

Prof.: Antonio Carlos Assumpção

Doutor em Economia - UFF

Site: acjassumpcao.com

- Nesta parte veremos os exercícios referentes a:
  - intertemporalidade;
  - crescimento econômico.

ANPEC - Macroeconomia - 2018 - 2021					
Assunto	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**Total**
Contabilidade Nacional	1	2	3	3	**9**
Economia Monetária	1	1	2	1	**5**
Modelo Clássico e Modelo Keynesiano (IS-LM)	3	0	0	1	**4**
Macroeconomia Aberta	3	5	3	3	**14**
Intertemporalidade (Consumo, Investimento e Dívida Pública)	2	3	3	1	**9**
Oferta Agregada, Curva de Phillips e Política Econômica	3	3	2	3	**11**
Crescimento Econômico	2	1	2	3	**8**

QUESTÃO 07 - 2018

Avalie as assertivas abaixo como verdadeiras ou falsas:

0) Restrições à obtenção de empréstimos não impedem a Equivalência Ricardiana. **F**

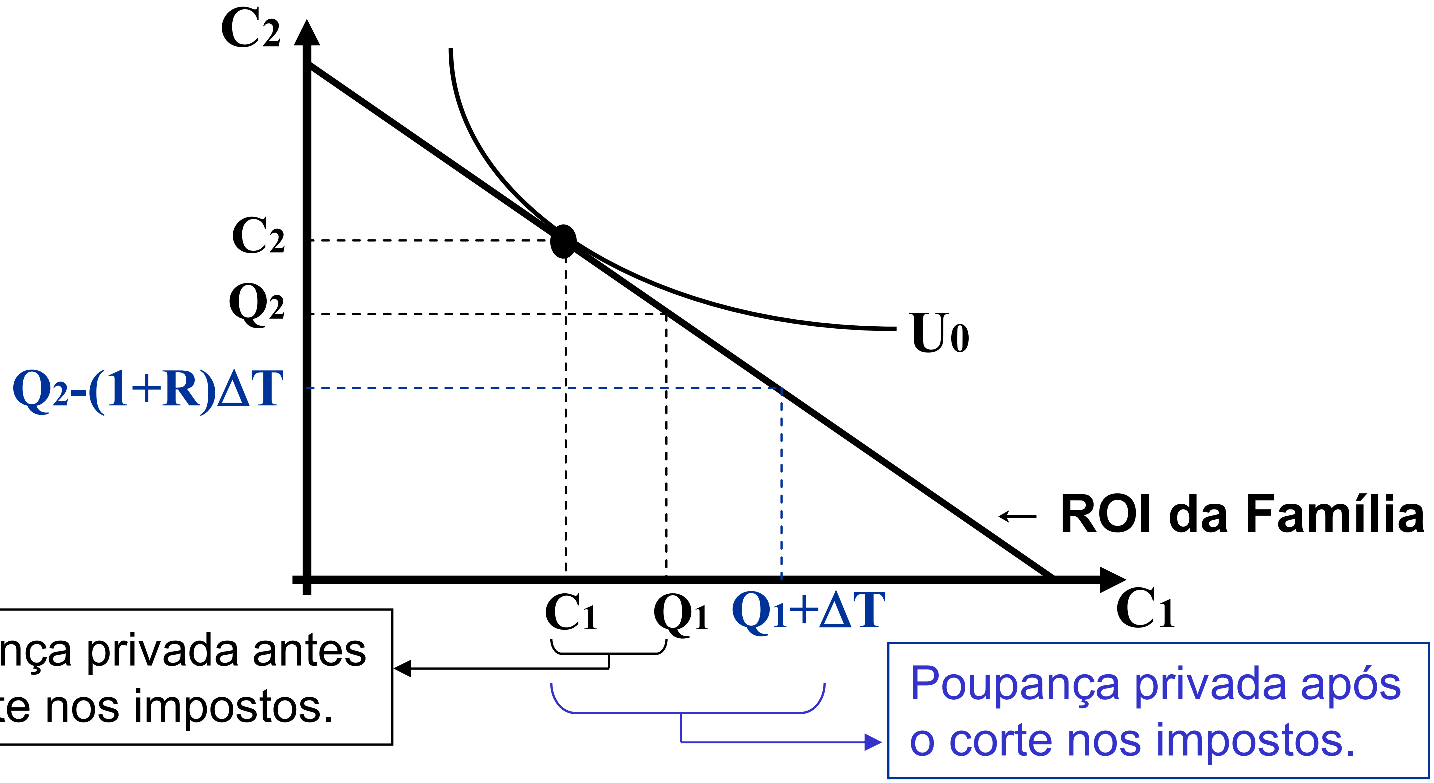
- **Equivalência Ricardiana**
  - Supondo que as famílias suavizem a trajetória de consumo ao longo do tempo, "***um corte presente nos impostos equivale a maiores impostos no futuro.***"
- Se o enunciado acima se verifica, a **poupança privada aumenta na mesma proporção da queda na poupança pública**, para o pagamento dos impostos futuros, mantendo ***R*** , ***S*** , ***I*** e a ***CC*** inalteradas.
- Logo, a **poupança privada aumenta**, para o pagamento de maiores impostos no futuro, suavizando assim a trajetória do consumo, mas a **poupança doméstica se mantém constante**, dada a redução na poupança governamental.

- **A Restrição Orçamentária Intertemporal das Famílias (ROI)**

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+R)} = (Q_1 - T_1) + \frac{(Q_2 - T_2)}{(1+R)}$$

$$C_1 + \frac{C_2}{(1+R)} = Q_1 + \frac{Q_2}{(1+R)} - \left[T_1 + \frac{T_2}{(1+R)}\right]$$

- Note que a ROI não é alterada se o valor presente dos impostos não for alterado.
- Logo, a evolução dos impostos no tempo não afeta o consumo se G for mantido constante, pois nesse caso, para respeitar a sua restrição orçamentária intertemporal o governo deverá aumentar os impostos no futuro, não alterando assim a riqueza das famílias.



Se o governo corta os impostos em US$ 100, incorre em um déficit primário de US$ 100 (supondo o orçamento inicialmente equilibrado). Dada uma taxa de juros de 10%, o governo terá que aumentar os impostos em US$ 110 no futuro para equilibrar o orçamento.

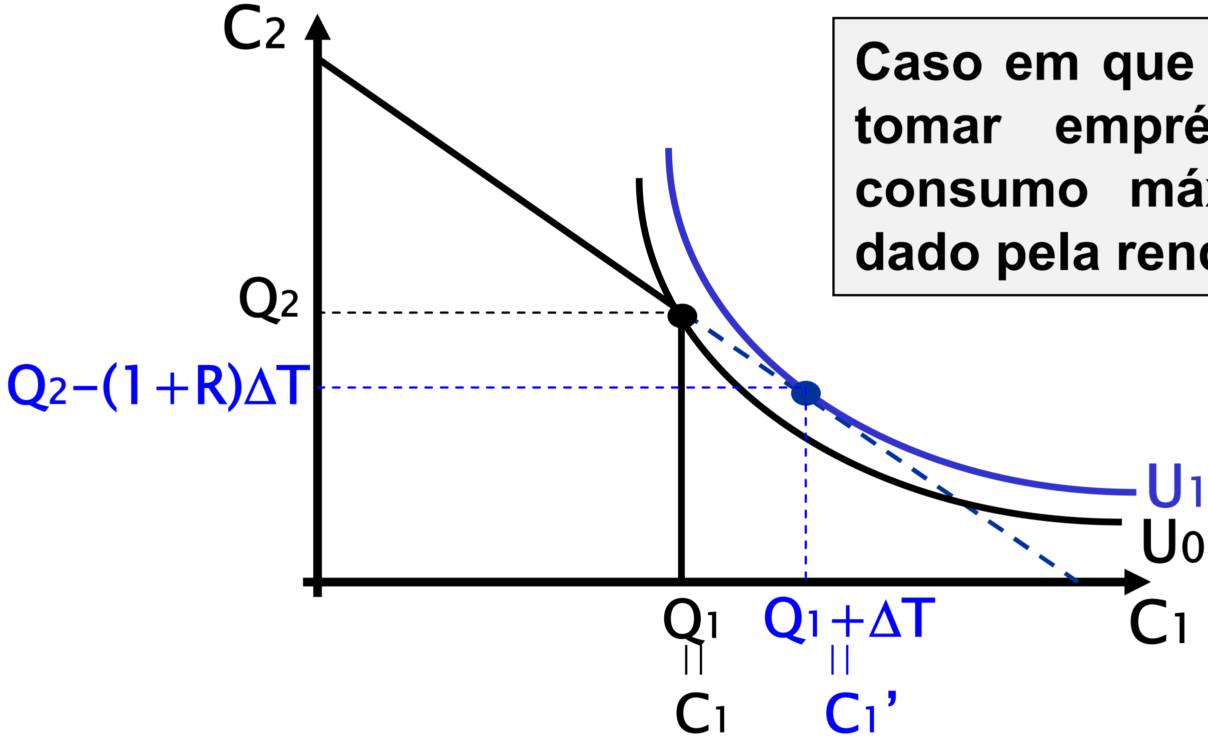
$$\Delta T_1 + \frac{\Delta T_2}{(1+R)} = -\Delta T_1 + \frac{(1+R)\Delta T_2}{(1+R)} = 0 \Rightarrow -100 + \frac{(1{,}1)100}{(1{,}1)} = 0$$

- Mas sob quais condições, mesmo considerando que os agentes econômicos são otimizadores e racionais, a equivalência ricardiana não funcionará ?

a) **Horizonte de Empréstimos do Setor Público Maior que o das Famílias (Gerações Futuras)**
   - Suponha que haja a expectativa de que o ônus da cobrança de maiores impostos no futuro recaia sobre as próximas gerações. Neste caso, o corte presente nos impostos implica em um aumento da riqueza, com o consumo aumentando, a poupança nacional diminuindo e a conta corrente ficando deficitária (se houver PMC).
     - Veja a formalização sesse ponto no curso teórico.

b) **Incertezas quanto ao Nível Futuro de Renda**
   - A expectativa de uma renda crescente pode fazer com que C_1 aumente.
   - Falta de clareza na tributação: o corte no imposto de renda pode ser compensado por um aumento futuro nos impostos sobre a renda do capital.

c) Restrições de liquidez (Restrições à Obtenção de Empréstimos)



Caso em que os agentes não conseguem tomar empréstimos. Desta forma, seu consumo máximo no primeiro período é dado pela renda no primeiro período.

- Se o governo decide cortar os impostos o consumo aumenta, pois os agentes tomarão este acréscimo de renda como um empréstimo concedido pelo governo.
  - Neste caso, a poupança privada fica inalterada. Como a poupança do governo diminuiu, houve uma queda na poupança nacional. Dito de outra forma, a absorção aumentou.

1) A Hipótese da Renda Permanente é compatível com o Fato Estilizado de Kuznets de propensão média a consumir constante no longo prazo. **V**

- **Função Consumo Keynesiana: Hipóteses e Resultados**
- A PMgC , proporção de cada unidade monetária adicional de renda destinada ao consumo é um número entre zero e um.
- A PMeC, razão entre o consumo e a renda disponível, tende a declinar ao longo do tempo, pois como a poupança é um "luxo" e a renda disponível tende a crescer ao longo do tempo, os indivíduos tenderão a poupar uma parcela cada vez maior de suas rendas.
- A renda disponível determina o consumo, rejeitando a ideia clássica de que a taxa de juros afeta o consumo via poupança.
  - A função consumo keynesiana ignora os possíveis efeitos da taxa real de juros e da renda futura esperada cobre o consumo presente.

- Dada a Função Consumo Keynesiana, podemos calcular a PMeC.

$$PMeC = \frac{C}{Y^d} = \frac{a + bY^d}{Y^d} \Rightarrow PMeC = \frac{a}{Y^d} + b$$

- Logo, conforme a renda corrente aumenta, a PMeC diminui.

- **Problemas Com a Função Consumo Keynesiana**

- Como a renda cresce ao longo do tempo, as famílias consumirão uma parcela cada vez menor de suas rendas. Com isso, não haverão investimentos lucrativos suficientes para absorver toda essa poupança, levando a economia a uma "estagnação secular".

- Simon Kuznets, trabalhando com uma série temporal longa, constatou que a razão consumo / renda se mantinha notavelmente estável de década para década nos EUA. Desta forma, a hipótese keynesiana não se sustentava no longo prazo, pois a renda crescia e a PMeC se mantinha constante (em alguns momentos crescia).

- Segundo a teoria da renda permanente a renda corrente possui dois componentes: renda permanente e renda transitória.
  a) O consumo depende da renda permanente (renda média, ou renda que se espera manter no futuro).
  b) Variações interpretadas como transitórias na renda devem ser utilizadas para suavizar o consumo (poupança/despoupança).

- $Logo: \; Y = Y^P + Y^T \;\; e \;\; C = \alpha Y^P \rightarrow \alpha \; é \; a \; PMgC_{Y^P} \left(\alpha < 1\right)$

- $Nesse \; caso: \; PMeC = \dfrac{\alpha Y^P}{Y} \rightarrow PMeC = \dfrac{\alpha Y^P}{Y^T + Y^P}$

- $\dfrac{\partial PMeC}{\partial Y^P} = \dfrac{\alpha Y^T}{\left(Y^T + Y^P\right)^2} > 0$ → A PMgC é crescente na renda permanente

- $\dfrac{\partial PMeC}{\partial Y^T} = \dfrac{-\alpha Y^P}{\left(Y^T + Y^P\right)^2} < 0$ → A PMgC é decrescente na renda transitória

$$\boxed{PMeC = \frac{\alpha Y^P}{Y^T + Y^P}}$$

Utilizando a regra do quociente: $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

- $$\frac{\partial PMeC}{\partial Y^P} = \frac{\alpha\left(Y^T + Y^P\right) - \alpha Y^P \bullet 1}{\left(Y^T + Y^P\right)^2} \rightarrow \boxed{\frac{\partial PMeC}{\partial Y^P} = \frac{\alpha Y^T}{\left(Y^T + Y^P\right)^2}}$$

- $$\frac{\partial PMeC}{\partial Y^T} = \frac{0 - \alpha Y^P \bullet 1}{\left(Y^T + Y^P\right)^2} \rightarrow \boxed{\frac{\partial PMeC}{\partial Y^T} = \frac{-\alpha Y^P}{\left(Y^T + Y^P\right)^2}}$$

2) Se vale a Hipótese de Passeio Aleatório, então apenas mudanças esperadas na política econômica afetam o consumo. F

- Em um trabalho clássico, Robert Hall (1978) mostra que, sob certas condições, as teorias intertemporais sobre consumo tradicionais (Ciclo Vital e Renda Permanente), implicam que o consumo deveria seguir um comportamento do tipo "passeio aleatório".
- Segundo Hall, se os consumidores tiverem grande previsibilidade, só alterarão seu consumo quando aprenderem algo novo sobre o futuro.
  - Mas por definição, essa novidade não pode ser prevista.
- Logo, a combinação das teorias de suavização de consumo com expectativas racionais deve fazer com que o consumo siga uma trajetória conhecida como "passeio aleatório" e todos os choques terão efeitos permanentes sobre o consumo: $C_{t+1} = C_t + \varepsilon_{t+1}$.
  - Veja mais detalhes sobre esse ponto no curso teórico.

3) Se q de Tobin é maior do que 1, então deve haver investimento líquido. **V**

- Segundo Tobin existe uma estreita relação entre as flutuações no investimento e as flutuações no mercado de ações.
- Ações representam participações na propriedade das empresas e, com isso, quando o valor de mercado da empresa aumenta ampliam-se as oportunidades de investimentos lucrativos.
- Logo, os preços das ações refletem os incentivos a investir e as decisões de investimento são baseadas na razão **q**.

$$q_{Tobin} = \frac{Valor\ de\ Mercado\ do\ Capital\ Instalado}{Custo\ de\ Reposição\ do\ Capital\ Instalado}$$

- Se $q > 1 \rightarrow$ o valor de mercado do capital instalado é maior que o custo de substituição do mesmo $\rightarrow$ aumento do investimento: o valor de mercado da empresa aumenta conforme ela adquire mais capital.

4) Segundo a Hipótese dos Mercados Eficientes, o preço das ações segue um passeio aleatório. **V**

- Uma das principais discussões na área de finanças refere-se à hipótese da eficiência do mercado de capitais.
- De acordo com esta hipótese, o sistema de preços deve refletir **todo o conjunto de informação disponível aos seus agentes.**
- Segundo Fama (1970), um mercado será dito eficiente na forma fraca quando for impossível obter retornos anormais para qualquer ativo do mercado utilizando-se informações acerca de seus retornos passados. Se o nível de retorno considerado normal for constante, esta definição implicará em um **passeio aleatório** para o preço de um ativo (log do preço).

QUESTÃO 02 - 2019

Avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

0) De acordo com o Princípio da Equivalência Ricardiana, uma redução dos impostos leva a um aumento proporcional do consumo privado. **F**

1) De acordo com o Princípio da Equivalência Ricardiana, uma vez que se leve em consideração a restrição orçamentária do governo, nem o déficit público e nem a dívida pública têm qualquer papel sobre a atividade econômica. **V**

- **O item (0) é falso** → uma redução em T aumenta a renda disponível das famílias mas não aumenta o consumo e sim a poupança privada, mantendo a poupança doméstica constante (note que a poupança do governo foi reduzida).
- **O item (1) é verdadeiro**, quando consideramos: a política fiscal, válida a equivalência ricardiana, não altera o nível de atividade econômica.
  - Não gosto muito do termo "...não tem qualquer papel sobre a atividade econômica."

2) Supondo que os gastos do governo sejam exógenos, o déficit público é uma variável anticíclica. **V**

- Um aumento no nível de atividade econômica aumenta a arrecadação (T), que depende positivamente da renda. Caso o gastos do governo sejam exógenos, teremos uma redução do déficit público.
- Dito de outra forma, um aumento da renda (com G constante) reduz o déficit público. Logo, esta última variável é anticíclica.

3) Para estabilizar a razão dívida pública/PIB é necessário que o país obtenha um superávit primário equivalente à taxa de juros real incidente sobre a dívida pública. **F**

4) Quanto mais endividado for o governo de um país e maior for a taxa de juros paga para financiar sua dívida, maior será o superávit requerido na balança comercial para que a trajetória da dívida pública seja sustentável. **F**

- Os itens 3 e 4 versam sobre a estabilidade da relação Dívida/PIB, ou seja, quais são os determinantes do crescimento da relação Dívida/PIB.
- Primeiramente, lembre-se que o déficit nominal, que mede a variação da dívida pública, é dado por:
  - Por simplicidade estamos assumindo que a taxa de inflação é zero → *i* = *r*.

$$\boxed{D_t^g - D_{t-1}^g = \left(G_t + Tr_t + I_t^g - T_t\right) + rD_{t-1}^g}$$

  - O termo entre parêntesis representa o resultado primário e o segundo termo a despesa real (nominal) com juros.

- A dinâmica da dívida é dada por:

$$D_t^g = (1+r)D_{t-1}^g + \left(G_t + Tr_t + I_t^g - T_t\right)$$

- A ***razão dívida/PIB***, ou coeficiente de endividamento, fornece a razão entre a dívida e o PIB. Portanto, dividindo a expressão anterior pelo PIB:

(I) $$\frac{D_t^g}{Y_t} = (1+r)\frac{D_{t-1}^g}{Y_t} + \frac{G_t + Tr_t + I_t^g - T_t}{Y_t}$$

Note que o último termo é o déficit primário em relação ao PIB, que chamaremos de (d_t)

(II) $$\boxed{\frac{D_t^g}{Y_t} = (1+r)\frac{Y_{t-1}}{Y_t}\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t}$$

Multiplicando e dividindo o segundo termo pelo produto defasado em um período.

- Agora temos todos os termos da equação em relação ao PIB .

- Sendo g_{y_t} a taxa de crescimento real do PIB:

$$g_{y_t} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \Rightarrow g_{y_t} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1 \Rightarrow 1 + g_{y_t} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \Rightarrow \boxed{\frac{Y_{t-1}}{Y_t} = \frac{1}{1+g_{y_t}}}$$

- Substituindo em (II):

$$\frac{D_t^g}{Y_t} = (1+r)\left(\frac{1}{1+g_{y_t}}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t \Rightarrow \boxed{\frac{D_t^g}{Y_t} = \left(\frac{1+r}{1+g_{y_t}}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t} \quad \textbf{(III)}$$

- Utilizando uma aproximação útil:

$$\left(\frac{1+r}{1+g_{y_t}}\right) \cong 1+r-g_{y_t}$$

Substituindo em (III)

$$\textbf{(IV)}\ \frac{D_t^g}{Y_t} = \left(1+r-g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t \rightarrow \textbf{(V)}\ \frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = \left(r-g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

- **A equação (V) nos mostra que a relação (dívida/PIB) aumenta:**
  - Quanto maior a taxa de juros incidente sobre a dívida;
  - Quanto menor a taxa de crescimento do PIB real;
  - Quanto maior o coeficiente de endividamento inicial;
  - Quanto maior o déficit primário em relação ao PIB.

(V)
$$\boxed{\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t}$$

- Note então que podemos calcular o superávit primário/PIB que estabiliza a relação dívida/PIB, fazendo $\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = 0.$

(VI)
$$\boxed{s_t = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}}}$$

(Versão aproximada)

- **Quanto as respostas:**
- **O item (3) é falso,** pois o superávit primário (em relação ao PIB) necessário para estabilizar a relação dívida/PIB deve ser igual a diferença entre a taxa real de juros incidente sobre a dívida e a taxa real de crescimento do PIB multiplicada pela relação dívida/PIB do período anterior.

$$s_t = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D^g_{t-1}}{Y_{t-1}}$$

- Caso a pergunta fizesse referência ao valor monetário da dívida, ele ficaria constante caso o superávit primário tivesse o mesmo valor da despesa com juros (e não a taxa de juros).

- **O item (4) é falso**: quanto maior a relação dívida/PIB e/ou a taxa real de juros incidente sobre a dívida, maior deverá ser o superávit primário (e não o saldo da balança comercial) de forma a estabilizar a relação dívida/PIB.

QUESTÃO 14 - 2020

Suponha um país que em um determinado ano teve uma taxa de juros real de 3% a.a. e um superávit fiscal primário igual a 4% do PIB. Calcule a taxa de crescimento real anualizada do PIB (% a.a.), sabendo que ao longo do ano houve uma queda de 50% para 45% na razão dívida/PIB. Use a aproximação $(1+r)/(1+g) \approx 1+r-g$.

Resposta = 05

- Trata-se de uma questão bastante comum nas provas de macroeconomia recentes.
- Vejam também a questão 15/2018. A questão foi anulada porque os resultados ficaram diferentes com a aproximação.

- Como acabamos de ver:

$$\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

$$0,45 - 0,50 = \left(0,03 - g_{y_t}\right)0,5 - 0,04$$

$$\frac{-0,05 + 0,04}{0,5} = \left(0,03 - g_{y_t}\right) \rightarrow g_{y_t} = 0,05 \rightarrow 5\%$$

- **Note que o resultado é intuitivo:** a taxa de crescimento do PIB é maior que a taxa real de juros incidente sobre a dívida. Com isso, a razão dívida/PIB aumentaria somente se houvesse déficit primário, mas o resultado primário foi superavitário.

QUESTÃO 07 - 2019

Avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

0) Um *q* de Tobin superior a 1 indica que o valor do (estoque de) capital da empresa está sobrevalorizado. Neste caso, o investimento realizado pela empresa irá diminuir. **F**

- Conforme vimos, se **q** > 1 o estoque de capital da firma é menor que o estoque de capital desejado. Nesse caso, ela deve aumentar o investimento.

4) Segundo a Teoria do Ciclo de Vida, uma elevação da renda permanente das famílias levará a um aumento da propensão média das famílias a poupar.

F

- Nas teorias da Renda Permanente e do Ciclo da Vida o consumo é função não somente da renda corrente, mas também da renda futura esperada e da taxa real de juros, ou seja, da riqueza..
- Na teoria do Ciclo da Vida o comportamento da poupança depende do estágio do ciclo vital em que o indivíduo se encontra.
  - Teoricamente, é de se esperar que os jovens sejam poupadores e os idosos sejam despolpadores, o que não se verifica empiricamente.
- No caso desse item devemos pensar sobre o efeito de um aumento permanente sobre a renda, considerando o fato de que o consumo depende de uma medida de riqueza.

- Suponha então que a renda possa ser dividida em dois componentes, a renda permanente e a renda transitória, com o consumo sendo função da renda permanente: $C = bY^{P},\ com\ b < 1.$

- A PMeC é dada por: $PMeC = \frac{C}{Y} = \frac{C}{\left(Y^{T} + Y^{P}\right)} \rightarrow PMeC = \frac{bY^{P}}{\left(Y^{T} + Y^{P}\right)}$

- $\frac{\partial PMeC}{\partial Y^{P}} = \frac{b\left(Y^{T} + Y^{P}\right) - bY^{P}(1)}{\left(Y^{T} + Y^{P}\right)^{2}} \rightarrow \boxed{\frac{\partial PMeC}{\partial Y^{P}} = \frac{bY^{T}}{\left(Y^{T} + Y^{P}\right)^{2}} > 0}$

- $\frac{\partial PMeC}{\partial Y^{T}} = \frac{-bY^{P}(-1)}{\left(Y^{T} + Y^{P}\right)^{2}} \rightarrow \boxed{\frac{\partial PMeC}{\partial Y^{P}} = -\frac{bY^{P}}{\left(Y^{T} + Y^{P}\right)^{2}} < 0}$

- **Portanto, temos:**
  - Um aumento na renda permanente **aumenta a PMeC** → **reduz a PMeS.**
  - Um aumento na renda transitória **reduz a PMeC** → **aumenta a PMeS.**

QUESTÃO 10 - 2019

Um indivíduo vive por dois períodos e possui renda real de Y_1 no primeiro período e de Y_2 no segundo período. Além disso, ele pode emprestar/tomar emprestado livremente à taxa de juros real r. As preferências do indivíduo são dadas por: $U = \ln C_1 + \beta \ln C_2$, em que $\beta > 0$ e C_1 e C_2 representam o consumo real em $t = 1$ e $t = 2$, respectivamente. A poupança entre os dois períodos é definida pela diferença entre a renda e o consumo em $t = 1$, ou seja, $S = Y_1 - C_1$. De acordo com estas informações, julgue as seguintes afirmativas como verdadeiras (V) ou falsas (F):

0) A poupança é insensível a mudanças na taxa de juros real. **F**

1) Se $\beta(1+r) > 1$, o consumo será crescente ao longo do tempo, isto é, $C_2 > C_1$. **V**

2) Um aumento de 1 unidade em Y_1 (tudo o mais constante) provoca um aumento de $1/(1+\beta)$ unidades em C_1. **V**

3) Um aumento de 1 unidade em Y_1, quando combinado com uma redução em 1 unidade em Y_2 (tudo o mais constante), deixa C_1 e C_2 inalterados. **F**

4) Um aumento na taxa de juros (tudo o mais constante) provoca redução em C_1 e aumento em C_2. **V**

- Trata-se de um exercício (nesse caso, quase idêntico ao da prova da ANPEC de 2009) sobre maximização da trajetória de consumo, considerando um modelo com dois períodos.

- **A ideia** → Os agentes econômicos buscam linearizar seu consumo ao longo do tempo (suavizar sua trajetória = *Smoothing*); consideram o que esperam de renda para o futuro e o que esperam consumir no futuro e sabem que, quanto maior seu consumo hoje, menor o consumo no futuro.

- Consideramos que todas as variáveis estão expressas em termos reais e que existe a possibilidade de poupança ou endividamento (em um período), mas que existe uma restrição orçamentária intertemporal (ROI), que impõe que o valor presente do consumo deve ser igual ao valor presente da renda, ou seja, a família não deixa dívidas ou ativos ao final do segundo período.

- Uma função utilidade apropriada para a resolução desse tipo de problema:

$$\boxed{U_{(C_1,C_2)} = ln\, C_1 + \beta\, ln\, C_2}$$

- Observe que:

a) Os agentes econômicos depreciam o consumo futuro relativamente ao consumo presente → β é fator de desconto intertemporal.

b) Também podemos escrever a função consumo da seguinte forma:

$$\boxed{U_{(C_1,C_2)} = ln\, C_1 + \left[\frac{1}{1+\rho}\right] ln\, C_2}$$

Onde ρ representa a taxa subjetiva de impaciência intertemporal, ou seja, quanto maior ρ mais o indivíduo deprecia o consumo futuro em relação ao consumo presente (menor β).

c) O agente econômico compara ρ com r para decidir entre C_1 e C_2; caso $\rho = r \Rightarrow$ C_1 e C_2.

- **O problema do consumidor consiste em:**

$$\boxed{Máx. \quad U_{(C_1,C_2)} = ln\, C_1 + \beta\, ln\, C_2}$$

$$\boxed{s.a. \quad Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)}}$$

$$\boxed{Lagrangeano: \Im = ln\, C_1 + \beta\, ln\, C_2 + \lambda\left(Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} - C_1 - \frac{C_2}{(1+r)}\right)}$$

- *Condições de Primeira Ordem*

$$(I) \quad \frac{\partial \Im}{\partial C_1} = 0 \rightarrow \frac{1}{C_1} - \lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{C_1}$$

$$(II) \quad \frac{\partial \Im}{\partial C_2} = 0 \rightarrow \frac{\beta}{C_2} - \frac{\lambda}{(1+r)} = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\beta(1+r)}{C_2}$$

$$(III) \quad \frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)}$$

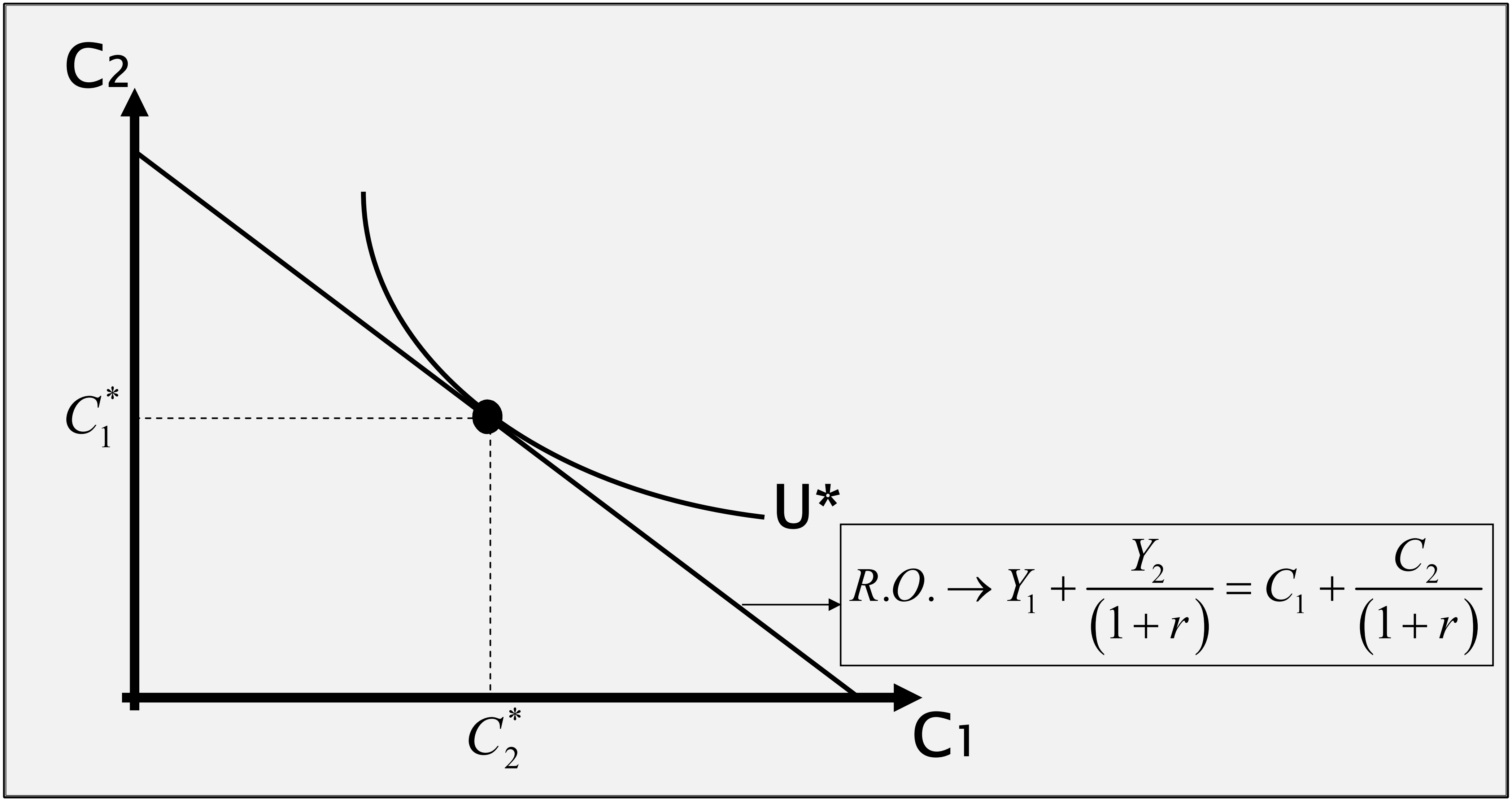
$$De\ (I)\ e\ (II) \rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{\beta(1+r)}{C_2} \rightarrow C_2 = \beta(1+r)C_1 \rightarrow \boxed{C_2 = \frac{(1+r)}{(1+\rho)}C_1}$$

$$Substituindo\ na\ ROI:\ Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)} \rightarrow Y_1(1+r) + Y_2 = C_1(1+r) + C_2$$

$$Y_1(1+r) + Y_2 = C_1(1+r) + \beta(1+r)C_1 \rightarrow Y_1(1+r) + Y_2 = C_1(1+r)(1+\beta)$$

$$\boxed{C_1^* = \frac{Y_2}{(1+r)(1+\beta)} + \frac{Y_1}{(1+\beta)}}$$

$$C_2 = \beta(1+r)\left[\frac{Y_2}{(1+r)(1+\beta)} + \frac{Y_1}{(1+\beta)}\right] \rightarrow \boxed{C_2^* = \frac{\beta}{1+\beta}\left[Y_2 + Y_1(1+r)\right]}$$


C2
C_1^*
U*
$R.O. \rightarrow Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)}$
C_2^*
C1

0) A poupança é insensível a mudanças na taxa de juros real. **F**

- $C_2 = \beta(1+r)C_1 \rightarrow C_2 = \dfrac{(1+r)}{(1+\rho)}C_1$

- Um aumento na taxa real de juros reduz o consumo presente (aumenta a poupança no primeiro período) e aumenta o consumo futuro.

1) Se $\beta(1+r) > 1$, o consumo será crescente ao longo do tempo, isto é, $C_2 > C_1$. **V**

- $C_2 = \beta(1+r)C_1 \rightarrow C_2 = \dfrac{(1+r)}{(1+\rho)}C_1 \; ou \; \dfrac{C_2}{C_1} = \beta(1+r)$

- Logo, se $\beta(1+r) > 1$, o consumo será crescente ao longo do tempo, isto é, $C_2 > C_1$.
- Intuição: para que $\beta(1+r) > 1$, *devemos ter* $\rho < r$, *ou seja, a taxa real de juros deve ser maior que a taxa de impaciência intertemporal.*

$$\frac{C_2}{C_1} = \beta(1+r) \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{(1+r)}{(1+\rho)}$$

2) Um aumento de 1 unidade em Y_1 (tudo o mais constante) provoca um aumento de $1/(1+\beta)$ unidades em C_1. **V**

- $Temos\ que\ C_1^* = \dfrac{Y_2}{(1+r)(1+\beta)} + \dfrac{Y_1}{(1+\beta)} \rightarrow \boxed{\dfrac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \dfrac{1}{(1+\beta)}}$

- Observe que o impacto do aumento de Y_1 sobre C_1 será maior quanto menor for β, ou seja, quanto mais o agente valoriza o consumo presente comparativamente ao consumo futuro.

3) Um aumento de 1 unidade em Y_1, quando combinado com uma redução em 1 unidade em Y_2 (tudo o mais constante), deixa C_1 e C_2 inalterados. **F**

- $Temos\ que\ C_1^* = \frac{Y_2}{(1+r)(1+\beta)} + \frac{Y_1}{(1+\beta)}$

$$\rightarrow \frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \frac{1}{(1+\beta)} \quad e \quad \frac{\partial C_1^*}{\partial Y_2} = \frac{1}{(1+r)(1+\beta)}$$

$$dC_1 = \frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} dY_1 + \frac{\partial C_1^*}{\partial Y_2} dY_2 \rightarrow dC_1 = \frac{1}{(1+\beta)} - \frac{1}{(1+r)(1+\beta)} \neq 0$$

- Observe que a variação do consumo seria igual a zero somente se r = 0. Para qualquer r > 0, temos que:

$$\boxed{\frac{1}{(1+\beta)} > \frac{1}{(1+r)(1+\beta)}} \longrightarrow$$

Se $r > 0 \rightarrow C_1$ aumentará mais fortemente caso Y_1 aumente.

4) Um aumento na taxa de juros (tudo o mais constante) provoca redução em C_1 e aumento em C_2. **V**

- $C_2 = \beta(1+r)C_1 \rightarrow C_2 = \frac{(1+r)}{(1+\rho)}C_1 \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{(1+r)}{(1+\rho)}$

- Um aumento na taxa real de juros reduz o consumo presente e aumenta o consumo futuro.

QUESTÃO 02 - 2020

Avalie as seguintes afirmativas:

0) Em uma economia com expectativas racionais, um corte de impostos antecipado pelos agentes não teria nenhum impacto sobre o produto, tanto no curto como no longo prazo. **V**

- Esse item trata da **Equivalência Ricardiana**.

- **Conforme vimos:** uma redução em T aumenta a renda disponível das famílias mas não aumenta o consumo e sim a poupança privada, mantendo a poupança doméstica constante (note que a poupança do governo foi reduzida).
- Dito de outro modo, a **demanda agregada não aumenta**, **assim como o produto.**

QUESTÃO 13 - 2020

Considere um consumidor representativo com a seguinte função utilidade: $U = ln(C_1) + \beta\, ln(C_2)$, em que C_1 é o consumo corrente, C_2 é o consumo futuro e β é o fator de desconto. A taxa de juros (r) é igual a 1 e $\beta(1+r)=1$. Adicionalmente, suponha que não há imperfeições de mercado e que a renda do consumidor nos períodos 1 e 2 seja dada por 120 e 60, respectivamente. Determine o valor da poupança corrente que maximiza a utilidade do consumidor. **Resposta = 20**

- Trata-se de um exercício (nesse caso, quase idêntico ao da prova da ANPEC de 2009) sobre maximização da trajetória de consumo, considerando um modelo com dois períodos.
  - Exercício muito parecido com os que apareceram nas provas de 2009 e 2019.
- Como é um exercício que envolve um pouco mais de técnica, é muito importante que o material teórico seja consultado.

- Como acabamos de ver, a condição de equilíbrio implica em:

$$\boxed{C_2 = \frac{(1+r)}{(1+\rho)} C_1}$$

- Como $\boxed{\beta = \frac{1}{1+r} \rightarrow C_2 = \beta(1+r)C_1}$

- O exercício informa que $\beta(1+r) = 1 \rightarrow \boxed{C_2 = C_1}$

- $Substituindo\ na\ ROI: Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_1}{(1+r)}. Como\ r = 1,\ Y_1 = 120\ e\ Y_2 = 60:$

- $Substituindo\ na\ ROI \rightarrow 120 + \frac{60}{(1+1)} = C_1 + \frac{C_1}{(1+1)} \Rightarrow 150 = 1{,}5C_1 \Rightarrow \boxed{C_1 = 100}$

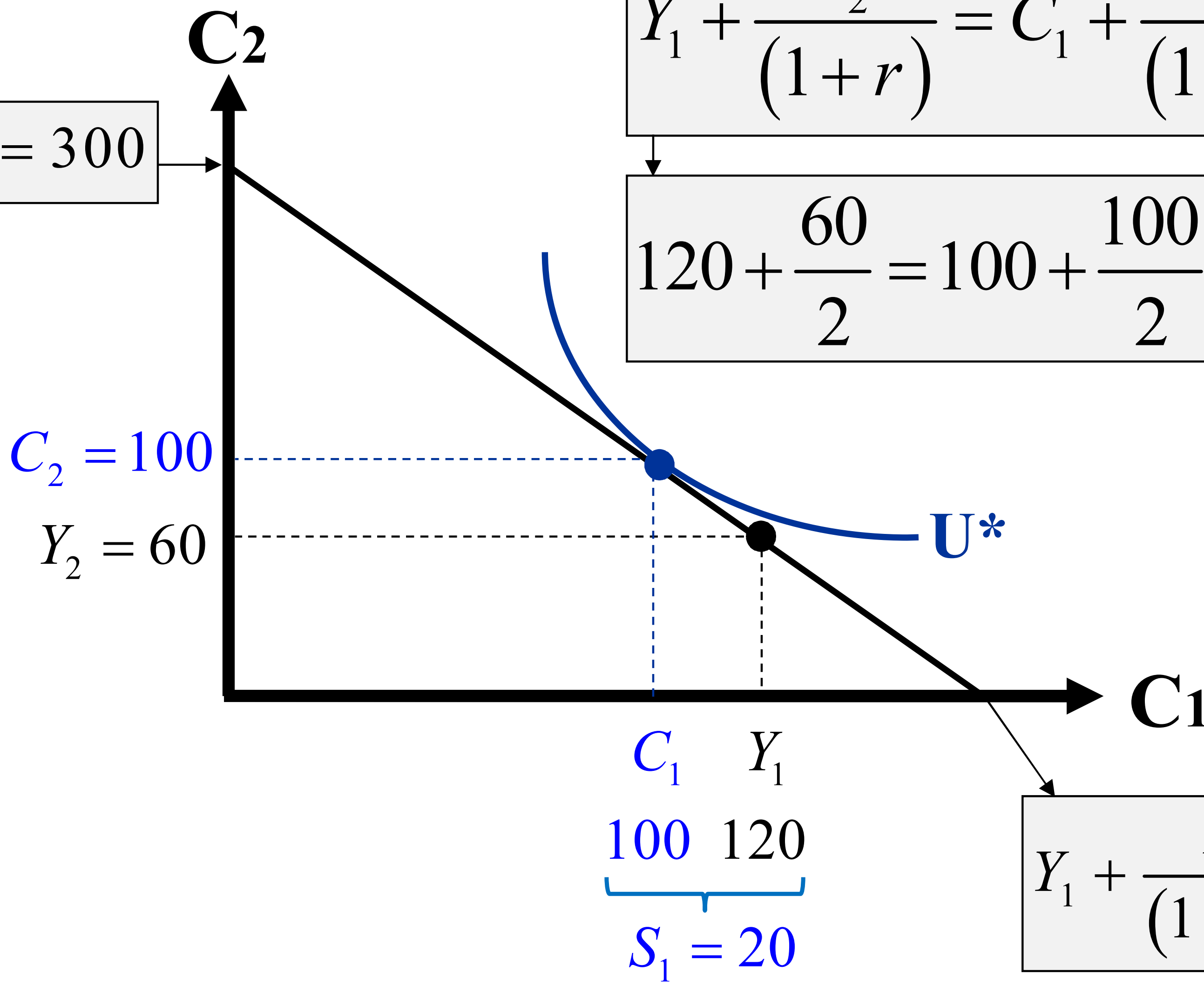
- $Logo: S_1 = Y_1 - C_1 \Rightarrow S_1 = 120 - 100 \Rightarrow \boxed{S_1 = 20}$

- $Como\ S_1 = 20 \Rightarrow C_2 = (1+r)S_1 + Y_2 \Rightarrow \boxed{C_2 = 100}$

$$Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = C_1 + \frac{C_2}{(1+r)}$$

$$120 + \frac{60}{2} = 100 + \frac{100}{2} \rightarrow VP_C = VP_Y$$

$$Y_1(1+r) + Y_2 = 300$$



$$Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)} = 150$$

QUESTÃO 07 - 2020

Avalie as seguintes afirmativas:

0) Com base na Teoria da Renda Permanente, um aumento na taxa de juros real diminui o consumo presente e aumenta o consumo futuro. F

- **A Teoria da Renda Permanente**
  - Em 1957, Milton Friedman desenvolveu a teoria da renda permanente, tendo como base a teoria da escolha intertemporal de Irving Fisher, para mostrar que o consumo não depende apenas da renda corrente.
    - **O consumo depende da renda permanente, pois os indivíduos pretendem suavizar a trajetória de consumo ao longo do tempo.**

- Segundo a teoria da renda permanente a renda corrente possui dois componentes: renda permanente e renda transitória.
  a) O consumo depende da renda permanente (renda média, ou renda que se espera manter no futuro).
  b) Variações interpretadas como transitórias na renda devem ser utilizadas para suavizar o consumo (poupança/despoupança).

- $Logo: \; Y = Y^P + Y^T \;\; e \;\; C = \alpha Y^P \rightarrow \alpha \; é \; a \; PMgC_{Y^P} \left(\alpha < 1\right)$

- Note que, para um agente econômico com um fluxo de renda flutuante, a renda permanente pode ser entendida como o nível constante de renda que tornaria possível a mesma Restrição Orçamentária Intertemporal (ROI) no caso da renda flutuante.

- No caso de uma ROI com a possibilidade de $Q_1 \neq Q_2$, temos:

$$\boxed{C_1 + \frac{C_2}{\left(1+r\right)} = Q_1 + \frac{Q_2}{\left(1+r\right)}}$$

- Devemos descobrir um valor para Y_P tal que o agente econômico vai ter as mesmas possibilidades intertemporais de consumo (produção igual a Y_P a cada período). Logo, isso implica em:

$$\boxed{Y^P + \frac{Y^P}{(1+r)} = Q_1 + \frac{Q_2}{(1+r)}}$$

$$\left[1 + \frac{1}{(1+r)}\right] Y^P = Q_1 + \frac{Q_2}{(1+r)} \rightarrow \left[\frac{1+r+1}{(1+r)}\right] Y^P = Q_1 + \frac{Q_2}{(1+r)}$$

$$\rightarrow \left[\frac{(2+r)}{(1+r)}\right] Y^P = Q_1 + \frac{Q_2}{(1+r)} \rightarrow \boxed{Y^P = \frac{(1+r)}{(2+r)}\left[Q_1 + \frac{Q_2}{(1+r)}\right]}$$

$$Y^P = \frac{(1+r)}{(2+r)}\left[Q_1 + \frac{Q_2}{(1+r)}\right]$$

1) A renda permanente é uma média entre Q_1 e Q_2.
2) Se a taxa real de juros for igual a zero a renda permanente será igual a média simples entre Q_1 e Q_2.
3) Um aumento em Q_1 ou em Q_2 aumenta a renda permanente; logo, aumenta o consumo.
4) Um aumento da taxa real de juros (*r*) pode aumentar ou diminuir a renda permanente. Isso depende da comparação entre Q_1 e $Q_2/(1+r)$. **Logo, um aumento em *r* pode aumentar ou diminuir o consumo.**
   - A intuição → Quanto maior a taxa real de juros menor será o valor presente de Q_2.

- Logo, se $[Q_2/(1+r)] > Q_1$, um aumento em *r* reduzirá a renda permanente, reduzindo assim o consumo. Caso contrário, Y_P aumentará, assim como o consumo.

1) Supondo que as empresas esperem que tanto os lucros futuros quanto as taxas de juros futuras permaneçam no mesmo nível de hoje, o investimento será uma função da razão entre a taxa de lucro e a soma da taxa real de juros com a taxa de depreciação. **V**

- Decisões de investimento dependem do nível de vendas atual, da taxa de juros atual e das expectativas sobre o futuro.
- A decisão de adquirir uma máquina depende do valor presente dos lucros que a empresa espera auferir com essa nova máquina comparado ao custo de adquirir a máquina.
- Logo, o investimento depende positivamente do valor presente esperado dos lucros futuros (por unidade de capital).

$$\boxed{I_t = I\left[VP\left(\overset{(+)}{\Pi_t^e}\right)\right]}$$

Valor presente, no ano *t*, do lucro esperado no ano *t+1.*

$$\frac{1}{1+r_t}\Pi^{e}_{t+1}$$

Valor presente, no ano *t*, do lucro esperado no ano *t+2, considerando uma taxa de depreciação = d .*

$$\frac{1}{(1+r)_t\left(1+r^{e}_{t+1}\right)}(1-d)\,\Pi^{e}_{t+2}$$

- Logo, o valor presente dos lucros em t é dado por:

$$VP(\Pi^{e}_{t}) = \frac{1}{1+r_t}\Pi^{e}_{t+1} + \frac{1}{(1+r_t)\left(1+r^{e}_{t+1}\right)}(1-d)\,\Pi^{e}_{t+2} + \cdots$$

- Considere agora, como é dito no enunciado, que as empresas esperem que tanto os lucros futuros quanto as taxas de juros futuras permaneçam no mesmo nível de hoje (expectativas adaptativas estáticas):

  - $\Pi_t = \Pi^e_{t+1} = \Pi^e_{t+2} \;\; e \;\; r_t = r^e_{t+1} = r^e_{t+2}$

- $Logo: VP(\Pi^e_t) = \frac{1}{1+r_t}\Pi_t + \frac{1}{(1+r_t)(1+r_t)}(1-d)\Pi_t + \cdots$

- $VP(\Pi^e_t) = \frac{1}{1+r_t}\Pi_t + \frac{1}{(1+r_t)^2}(1-d)\Pi_t + \cdots$

- $VP(\Pi^e_t) = \frac{1}{1+r_t}\Pi_t \left(1 + \frac{(1-d)}{(1+r_t)} + \ldots\right)$

- $$VP(\Pi_t^e) = \frac{1}{1+r_t}\Pi_t \underbrace{\left(1+\frac{1-d}{1+r_t}+\ldots\right)}$$

Progressão Geométrica → Série com a forma $1+x+x^2+x^3+\ldots$, cuja solução é dada por 1/(1+*x*), dado que [(1-*d*)/(1+*r*)] < 1.

$$\boxed{\left(1+\frac{1-d}{1+r_t}+\left(\frac{1-d}{1+r_t}\right)^2+\ldots\right)=\frac{1}{1-\dfrac{1-d}{1+r_t}}} \rightarrow \frac{1}{\dfrac{1+r_t-1+d}{1+r_t}} \rightarrow \boxed{\frac{1+r_t}{r_t+d}}$$

- $$VP(\Pi_t^e) = \frac{1}{1+r_t}\frac{1+r_t}{r_t+d}\Pi_t \rightarrow \boxed{VP(\Pi_t^e) = \frac{\Pi_t}{r_t+d}}$$

- $$VP(\Pi_t^e) = \frac{\Pi_t}{r_t + d}$$

  - Logo, caso as empresas esperem que os lucros futuros e as taxas de juros futuras permaneçam no mesmo nível de hoje, o investimento será uma função da razão entre a taxa de lucro (lucro por unidade de capital) e soma da taxa real de juros com a taxa de depreciação (custo de utilização do capital).
    - Embora as empresas normalmente não aluguem as máquinas que utilizam, ($r_t + d$) captura o custo de oportunidade (custo implícito), também conhecido como *custo sombra*.

2) O q de Tobin se reduz devido a uma queda no preço das ações negociadas na Bolsa de Valores. **V**

- Conforme vimos, uma queda no valor de mercado de uma empresa reduz a razão q de Tobin.

3) Dependendo de seu efeito sobre as expectativas, uma contração fiscal pode levar a uma expansão econômica. **V**

- Conforme vimos no item (1):

$$VP(\Pi_t^e) = \frac{1}{1+r_t}\Pi^e{}_{t+1} + \frac{1}{(1+r_t)(1+r^e{}_{t+1})}(1-d)\Pi^e{}_{t+2} + \cdots$$

  - Observe então que uma contração fiscal, caso possua como um de seus efeitos a redução da taxa real de juros esperada, pode aumentar o valor presente dos lucros esperados. Com isso, teremos um aumento do investimento

4) De acordo com a Teoria do Ciclo de Vida, uma elevação da renda permanente das famílias levará ao aumento da propensão média a poupar. **F**

- No item (0) vimos que: $Y = Y^P + Y^T \;\; e \;\; C = \alpha Y^P \rightarrow \alpha \; é \; a \; PMgC_{Y^P} \left(\alpha < 1\right)$

- $Nesse\ caso:\ \ PMeC = \dfrac{\alpha Y^P}{Y} \rightarrow PMeC = \dfrac{\alpha Y^P}{Y^T + Y^P}$

- $\dfrac{\partial PMeC}{\partial Y^P} = \dfrac{\alpha Y^T}{\left(Y^T + Y^P\right)^2} > 0$ → A PMeC é crescente na renda permanente e a PMeS é decrescente na renda permanente.

- $\dfrac{\partial PMeC}{\partial Y^T} = \dfrac{-\alpha Y^P}{\left(Y^T + Y^P\right)^2} < 0$ → A PMeC é decrescente na renda transitória e a PMeS é crescente na renda permanente.

QUESTÃO 09 - 2020

Com base no Modelo de Solow, avalie as seguintes afirmativas como verdadeiras ou falsas:

0) Em um Modelo com Progresso Técnico, o produto *per capita* cresce no estado estacionário à taxa (g + n), em que g é a taxa de progresso tecnológico e n é a taxa de crescimento populacional. **F (O PIB *per capita* cresce à taxa *g*)**

- **O Modelo de Solow com Progresso Tecnológico**
- O progresso tecnológico tem várias dimensões. Pode significar:
  - quantidades maiores de produto, produtos melhores, produtos novos, maior variedade de produtos...
- O progresso tecnológico leva a aumentos no produto para um dado montante de capital e trabalho.
  - A FDP que incorpora a tecnologia "aumentadora de trabalho" é dada por:

$$\boxed{Y = f\left(K, LA\right) \quad , onde:}$$

- A = eficiência do trabalho;
- LA = mão de obra medida em unidades de eficiência (trabalho efetivo)

- Ou seja, trabalharemos com a hipótese de que o progresso tecnológico leva à eficiência do trabalho, que crescerá a uma taxa constante g_A.

- Como $\frac{\dot{L}}{L}=n$ e $\frac{\dot{A}}{A}=g_A$ o número de unidades eficientes (*LA*) aumenta a uma taxa ($n+g_A$)

- O progresso tecnológico reduz o número de trabalhadores necessários para obter uma dada quantidade de produto.

- O progresso tecnológico aumenta *LA*, que podemos considerar como a quantidade de **trabalho efetivo,** ou trabalho em **"unidades de eficiência"** na economia.

- Analisaremos o estado estacionário com as variáveis em termos de unidades de eficiência. Portanto:

- Analisaremos o estado estacionário com as variáveis em termos de unidades de eficiência. Portanto:

$$\hat{k} = \frac{K}{LA} \rightarrow \quad capital \quad por \quad unidade \quad de \quad eficiência$$

$$\hat{y} = \frac{Y}{LA} \rightarrow \quad produto \quad por \quad unidade \quad de \quad eficiência$$

- Dada a FDP, podemos representar o produto por unidades de eficiência:

$$Y = K^{\alpha}\left(LA\right)^{1-\alpha} \rightarrow \frac{Y}{LA} = \frac{K^{\alpha}\left(LA\right)^{1-\alpha}}{LA} \Rightarrow \boxed{\hat{y} = \hat{k}^{\alpha}}$$

- Portanto, a equação dinâmica do modelo de Solow é dada por:

$$\dot{\hat{k}} = s\,\hat{y} - \left(\delta + n + g_A\right)\hat{k} \rightarrow \boxed{\dot{\hat{k}} = s\,\hat{k}^{\alpha} - \left(\delta + n + g_A\right)\hat{k}} \longrightarrow$$

- No estado estacionário, temos:

$$\dot{\hat{k}} = 0 \Rightarrow s\,\hat{k}^{*\alpha} = \left(\delta + n + g_A\right)\hat{k}^{*} \Rightarrow \frac{\hat{k}^{*}}{\hat{k}^{*\alpha}} = \frac{s}{\left(\delta + n + g_A\right)}$$

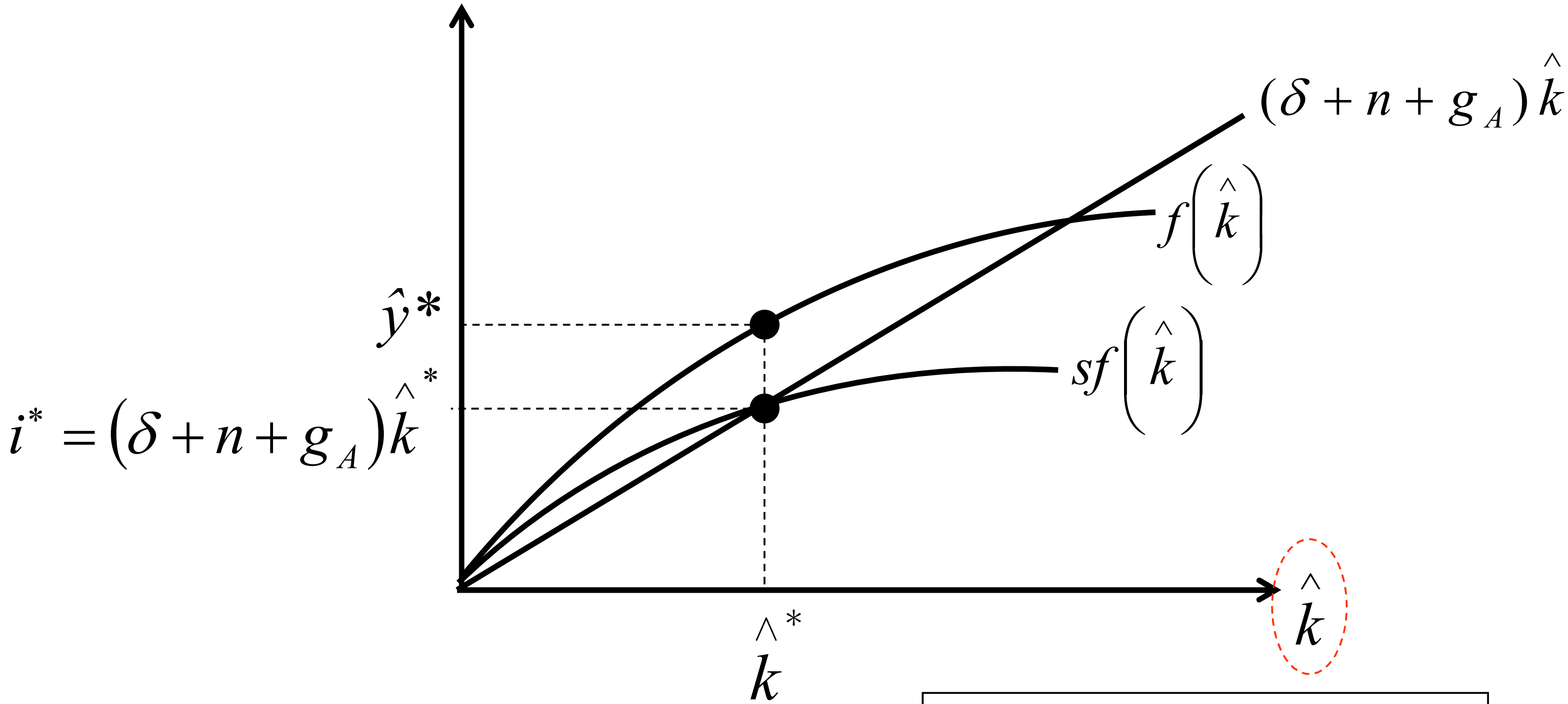
$$\hat{k}^{*1-\alpha} = \frac{s}{\left(\delta + n + g_A\right)} \Rightarrow \boxed{\hat{k}^{*} = \left(\frac{s}{\delta + n + g_A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}$$

- A intuição:

$$\dot{\hat{k}} = 0 \Rightarrow \boxed{s\,\hat{k}^{*\alpha} = \left(\delta + n + g_A\right)\hat{k}^{*}}$$

- Para manter o estoque de capital por unidade de eficiência constante, $\left(\overline{\dfrac{K}{LA}}\right)$, sendo $\delta > 0$ e, sabendo que $\dfrac{\dot{L}}{L} = n$ e $\dfrac{\dot{A}}{A} = g_A$, devemos ter $i = \left(\delta + n + g_A\right)\hat{k}$.

- Desta forma, se a taxa de depreciação for de 10% e o crescimento do trabalho efetivo for de 3% (n = 2% e g_A =1%), o investimento deve ser igual a 13% do estoque de capital pra manter um nível constante de capital por trabalhador efetivo.



$$\hat{k}^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Taxas de Crescimento no Estado Estacionário

- $Como \quad \dot{\hat{k}} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = 0. \quad Com \quad isso, \quad \dot{\hat{y}} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{\hat{y}}}{\hat{y}} = 0$

- $Como \quad \hat{y} = \frac{Y}{NA} \Rightarrow \ln \hat{y} = \ln Y - \ln N - \ln A. \quad Diferenciando, \quad temos:$

$$\cancelto{0}{\frac{\dot{\hat{y}}}{\hat{y}}} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \cancelto{n}{\frac{\dot{N}}{N}} - \cancelto{g_A}{\frac{\dot{A}}{A}} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{Y}}{Y} = \left(n + g_A\right)} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{y}}{y} = g_A}$$

1) Em um Modelo sem Progresso Técnico, um aumento da taxa de crescimento populacional aumenta a taxa de crescimento do produto *per capita* no estado estacionário. **F**

- O crescimento populacional atua no sentido de reduzir o volume de capital por trabalhador, pois agora o estoque de capital é dividido por um nº maior de trabalhadores. Assim, temos:

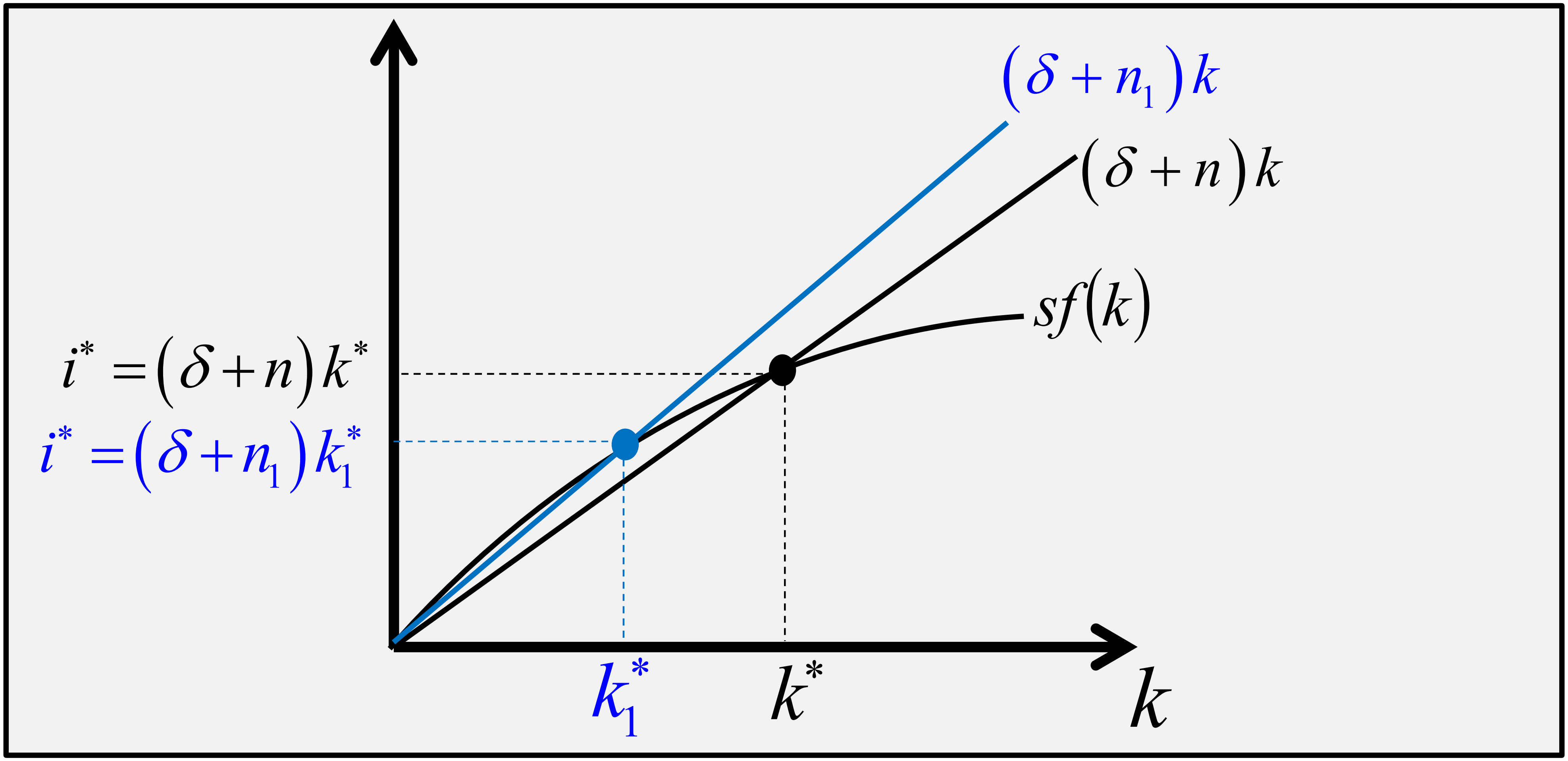
$$\dot{k} = i - \delta k - nk \Rightarrow \boxed{\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k}$$

- O termo $(\delta + n)k$ indica o montante de investimento para que $\dot{k} = 0$.

- No estado estacionário temos: $\dot{k} = 0 \rightarrow k^* = \left(\dfrac{sA}{\delta + n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \rightarrow y^* = \left(\dfrac{sA}{\delta + n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

- Observe que o aumento em *n* **reduz o produto *per capita*** no estado estacionário. Entretanto, em qualquer estado estacionário a **taxa de crescimento do PIB *per capita***, sem progresso técnico é igual a **zero**.

- O aumento da taxa de crescimento populacional reduz o estoque de capital *per capita*, reduzindo assim o produto *per capita, mas* $\left(\dot{y}/y\right) = 0$.



2) Quanto maior a taxa de poupança de uma economia, maior será a renda *per capita* em estado estacionário. **V**

- Considerando o modelo se Solow, com progresso técnico ou não, dada a taxa de poupança, a economia converge para um estado estacionário, onde a taxa de crescimento do PIB *per capita* passa a depender da taxa de variação tecnológica.
  - Claro, de $g_A = 0$, teremos $\frac{\dot{y}}{y} = g_A$.
- Um **aumento da taxa de poupança** provoca uma **mudança de nível**, ou seja, a economia migrará para um novo estado estacionário, com um **produto *per capita* maior**, mas **não terá efeito permanente sobre a taxa de crescimento.**

3) Considere dois países que apresentam o mesmo nível de capital por trabalhador em equilíbrio estacionário. O país mais pobre hoje tenderá a crescer mais rapidamente do que o país mais rico hoje. **V**

- No Modelo De Solow a FDP apresenta rendimentos decrescentes para o capital. Com isso, quanto menor o estoque de capital *per capita* maior será a sua produtividade.
- Sendo assim, se todos os países estiverem convergindo para o mesmo estado estacionário, os países "mais pobres" (com menor k relativamente a k^*) terão uma taxa de crescimento maior.
- Note que isso implicaria em convergência da renda *per capita* entre os países.
    - Convergência absoluta de renda *per capita*.

4) Em um Modelo sem Progresso Técnico, o consumo *per capita* será maximizado quando a produtividade marginal do capital for igual à soma da taxa de crescimento populacional com a taxa de depreciação. **V**

- A questão trata da **Regra de Ouro** de acumulação de capital.
- Como vimos, o formulador de política econômica pode escolher a taxa de poupança (variável exógena no modelo de Solow) e, portanto, o estado estacionário.
- Qual o Estado Estacionário a Ser Escolhido → Aquele que maximiza o consumo.
- Logo, devemos resolver a seguinte questão: Qual o estoque de capital em estado estacionário (k^{**}) que permite o maior nível de consumo possível.

- **Encontrando o Nível Ótimo Definido Pela Regra de Ouro**

- Temos que $y = c + i \Rightarrow c = y - i$
- Como $y = f\left(k\right)$ e, em qualquer estado estacionário $i = \left(\delta + n\right)k$, temos:

$$\boxed{c^* = f\left(k^*\right) - \left(\delta + n\right)k^*}$$

- Logo, no estado estacionário, o consumo por trabalhador é igual ao produto por trabalhador menos a depreciação (considerando o efeito do crescimento populacional) .

  - $Maximizando\ o\ Consumo \rightarrow \dfrac{\partial c^*}{\partial k^*} = 0 \Rightarrow f\,'\left(k^*\right) - \left(\delta + n\right) = 0.$

  - $\boxed{Logo : k^{**} \Rightarrow PMgk = \left(\delta + n\right).}$

- **Observação:** a taxa de poupança que determina k** = α.

QUESTÃO 05 - 2019

Considere o Modelo de Crescimento de Solow aplicado a uma economia cuja função de produção é dada por $Y=K^{1/2}(AN)^{1/2}$, em que Y é o produto, K é o estoque de capital, N é o número de trabalhadores e A é o estado da tecnologia. A taxa de poupança é igual a 14%, a taxa de depreciação é igual a 8%, o número de trabalhadores cresce 2% ao ano e a taxa de progresso tecnológico é de 4% ao ano. Com base nestas informações, julgue as seguintes afirmativas como verdadeiras (V) ou falsas (F):

0) O nível de estoque de capital por trabalhador efetivo no estado estacionário é igual a 4. **F (é 1)**

1) O nível de produto por trabalhador efetivo no estado estacionário é 2. **F (é 1)**

2) A taxa de crescimento do produto é 6%. **V (Produto Total)**

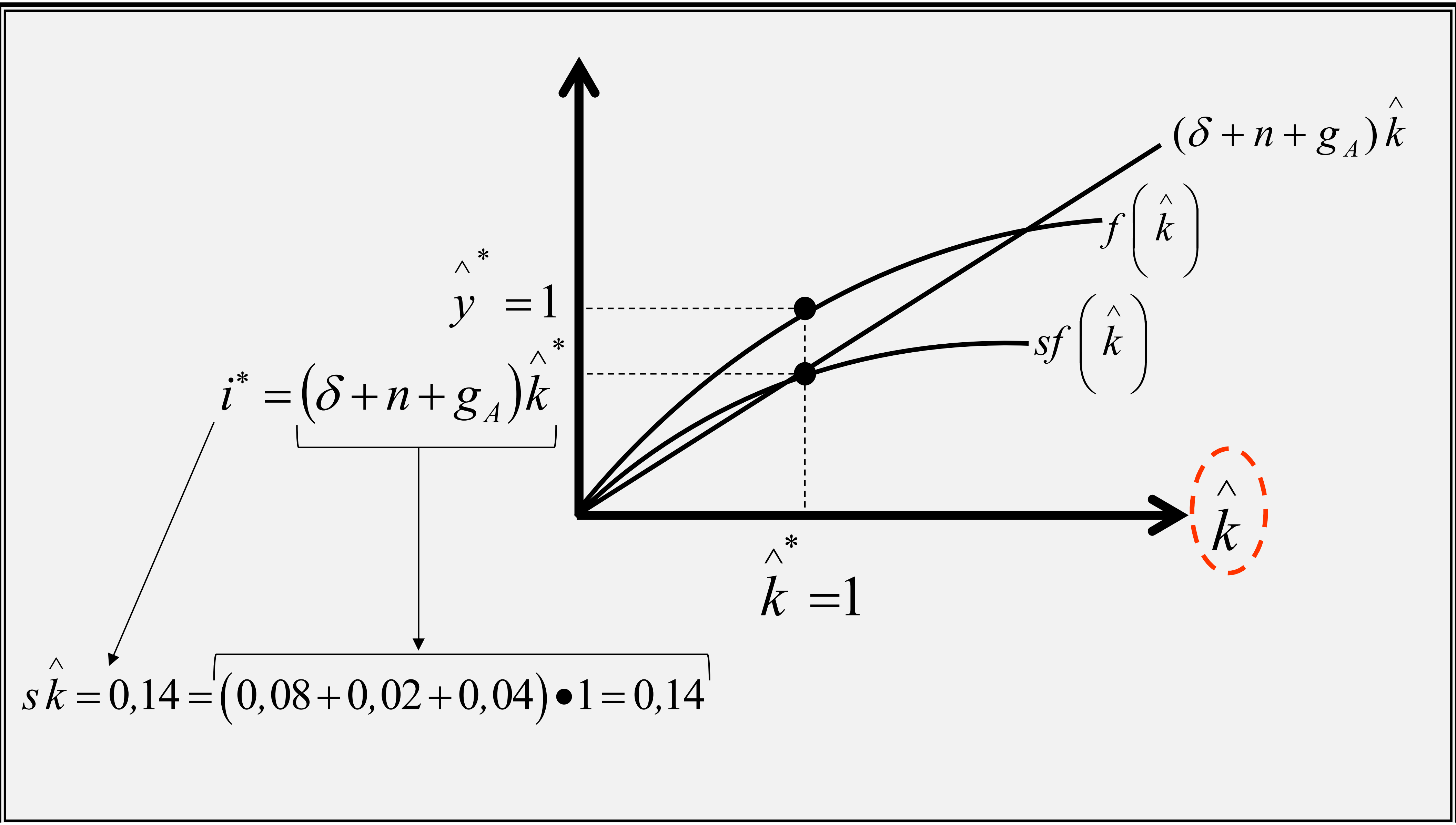
3) A taxa de crescimento do produto por trabalhador efetivo é nula. **V**

4) A taxa de crescimento do produto por trabalhador é 4%. **V**

- Como acabamos de ver:

$$\hat{k}^{*} = \left(\frac{s}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \rightarrow \hat{k}^{*} = \left(\frac{0,14}{0,08 + 0,02 + 0,04} \right)^{\frac{1}{1-0,5}} \rightarrow \boxed{\hat{k}^{*} = 1}$$

$$\hat{y}^{*} = \left(\frac{s}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \rightarrow \hat{y}^{*} = \left(\frac{0,14}{0,08 + 0,02 + 0,04} \right)^{\frac{0,5}{1-0,5}} \rightarrow \boxed{\hat{y}^{*} = 1}$$



$(\delta + n + g_A)\hat{k}$
$f(\hat{k})$
$sf(\hat{k})$
$\hat{y}^* = 1$
$i^* = (\delta + n + g_A)\hat{k}^*$
$\hat{k}^* = 1$
$\hat{k}$
$s\hat{k} = 0{,}14 = (0{,}08 + 0{,}02 + 0{,}04) \bullet 1 = 0{,}14$

- **Taxas de crescimento no estado estacionário:**

  a) As variáveis medidas em unidades de eficiência crescem à taxa zero (a economia encontra-se em um estado estacionário !).

  b) Com o estoque de capital por unidades de eficiência e o produto por unidades de eficiência constantes, como a força de trabalho cresce à taxa n e a eficiência do trabalho cresce à taxa g_A, as variáveis totais (como o produto total e o estoque de capital total), crescem à taxa ($n + g_A$).

  c) Se as variáveis totais crescem à taxa ($n + g_A$), com a população crescendo à taxa n, as variáveis *per capita* (como o PIB *per capita* e o estoque de capital *per capita*) crescem à taxa g_A.

- **Logo, no estado estacionário, o PIB cresce 6%, o PIB *per capita* cresce 4% e o PIB efetivo (por unidades de eficiência) permanece constante.**

QUESTÃO 09 - 2019

Com base nos modelos de crescimento endógeno, avalie como verdadeiras ou falsas as seguintes afirmativas:

0) É possível gerar um crescimento contínuo mesmo sem progresso técnico. **V**

- O modelo de crescimento neoclássico (modelo de Solow) considera que mudanças nas políticas do governo, como uma elevação exógena da taxa de poupança, ou uma redução da tributação sobre as decisões de investimento (caso introduzíssemos essa variável no modelo), têm efeitos de nível, mas não efeitos de crescimento de longo prazo. Isto é, essas políticas aumentam a taxa de crescimento temporariamente, enquanto a economia transita para um novo estado estacionário. Entretanto, no longo prazo, a taxa de crescimento volta ao seu nível inicial, caso a tecnologia não cresça exogenamente.

- Os modelos que geram um crescimento contínuo sem a necessidade de que alguma variável cresça exogenamente, são chamados de modelos de ***crescimento endógeno***.

- Uma possibilidade (não única) para a existência de crescimento contínuo sem a suposição de que a tecnologia cresça exogenamente pode ser vista com o modelo AK.
- O postulado básico é de que, apesar dos **retornos do capital serem decrescentes** para uma **firma**, as **externalidades** geradas nesse processo permitem que os retornos do capital **não sejam decrescentes para a economia como um todo**.
  - A tecnologia AK é um **caso particular do modelo de Romer (1986)** com externalidades para o capital.

- $Considere\ a\ FDP\ \boxed{Y = AK} \rightarrow Linear\ no\ Capital$
    - $Na\ versão\ per\ capita \rightarrow \boxed{y = Ak}$
- A dinâmica do estoque de capital *per capita* é dada por:

$$\boxed{\dot{k} = sy - (\delta + n)k}$$

  - Onde *sy* é o investimento per capita, δ é a taxa de depreciação e *n* a taxa de crescimento populacional
- $Como\ \ y = Ak \rightarrow \boxed{\dot{k} = sAk - (\delta + n)k}$

- Dividindo ambos os lados por *k* obtemos a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* e, consequentemente, do PIB *per capita*, que será maior quanto maior a taxa de poupança, ou seja, um aumento da taxa de poupança aumenta a taxa de crescimento de forma permanente.

$$\frac{\dot{k}}{k} = sA - (\delta + n) \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{y}}{y} = sA - (\delta + n)}$$

1) O aumento da taxa de poupança e dos gastos com educação e treinamento podem elevar o produto no longo prazo. **V**

- G. Mankiw, D. Romer e D. Weil (MRW) publicaram, em 1992, uma avaliação empírica do modelo de Solow, considerando diferenças de capital humano entre os países.
- Considerando esse estudo, podemos argumentar que o tamanho do PIB *per capita* é uma função crescente da taxa de poupança e do capital humano.

2) A acumulação de capital se caracteriza pelos rendimentos marginais decrescentes. **F**

- Como vimos no item (0) essa afirmação não é verdadeira no caso do modelo AK.
  - Apesar dos retornos do capital serem decrescentes para uma firma, as externalidades geradas nesse processo permitem que os retornos do capital não sejam decrescentes para a economia como um todo.

3) No modelo básico, em que a função de produção é dada por $Y = AK$, há convergência do nível de produto *per capita* entre países. **F**

- O modelo de **Solow** prevê a **convergência absoluta de renda *per capita*** entre os países, ou seja, países mais pobres devem crescer mais rapidamente que os países mais ricos.
  - A taxa de crescimento é maior para os países mais pobres (menor estoque de capital), pois a PMgK é decrescente e existe convergência para um estado estacionário.
- No caso do modelo AK a PMgK não é decrescente e não existe estado estacionário. Por conta disso, não há convergência de renda *per capita* entre os países.

4) Supondo como dada a taxa de progresso tecnológico, não tem como um país sustentar uma taxa de crescimento permanentemente maior. **F**

- Conforme vimos, no caso da tecnologia AK, quanto maior a taxa de poupança, maior será a taxa de crescimento do PIB *per capita*.

$$\boxed{\frac{\dot{y}}{y} = sA - (\delta + n) \rightarrow s \uparrow (com\ \overline{A}) \rightarrow \frac{\dot{y}}{y} \uparrow}$$

QUESTÃO 05 - 2020

Considere uma economia sem crescimento populacional com uma função de produção $Y = AK$, em que Y é o produto, K é o capital e A é um parâmetro tecnológico. Suponha que o capital se deprecia a taxa de 5% ao ano, que a taxa de poupança é de 20%, que o parâmetro A é uma constante igual a 0,4 e que o estoque de capital inicial seja positivo. Avalie as seguintes afirmativas como verdadeiras ou falsas:

0) Não há uma relação capital por trabalhador de equilíbrio no estado estacionário. **V**

1) A taxa de crescimento do produto é de 3% ao ano. **V**

2) Um aumento no parâmetro A aumentaria apenas temporariamente a taxa de crescimento do produto. **F**

3) Nesta economia o crescimento é endógeno e as políticas públicas podem influenciar a taxa de crescimento de longo prazo. **V**

4) Uma redução na taxa de depreciação eleva permanentemente a razão capital-produto. **F**

- **Conforme acabamos de ver:**
- **O item (0)** é **verdadeiro**, pois como vimos, não existe estado estacionário no modelo AK.
- O **item (1)** é **verdadeiro**. Como vimos:

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=sA-(\delta+n)\rightarrow\frac{\dot{Y}}{Y}=0{,}2\bullet 0{,}4-(0{,}05+0)\rightarrow\frac{\dot{Y}}{Y}=0{,}2\bullet 0{,}4-(0{,}05+0)=3\%$$

- O **item (2)** é **falso**. Como vimos, um aumento no parâmetro A aumentará a taxa de crescimento permanentemente.
- O **item (3)** é **verdadeiro,** conforme vimos.
- O **item (4)** é **falso**. A redução da taxa de depreciação aumentará a taxa de crescimento de K e Y na mesma medida, de forma que a relação K/Y permaneça constante.

QUESTÃO 05 - 2018

Com base nos modelos de crescimento, classifique as seguintes afirmativas como verdadeiras (V) ou falsas (F):

0) No longo prazo, o produto *per capita* depende tanto de quanto a sociedade poupa como de quanto gasta em educação. **V**

- Existem diversos modelos de crescimento endógeno, que abordam diversos fatores determinantes do crescimento econômico.
- No caso da afirmação acima, ela é verdadeira pois:
  - Considerando o modelo AK, quanto maior a taxa de poupança, maior será a taxa de crescimento;
  - Considerando o modelo de Lucas com capital humano, quanto maior o gasto com educação, maior a qualificação da mão de obra e, portanto, maior a taxa de crescimento de longo prazo.
    - O modelo de crescimento com capital humano foi testado por MRW (1992), considerando o tempo dedicado ao acúmulo de qualificações (e não o gasto com educação). Entretanto, os resultados são similares.

1) A taxa de crescimento contínua gerada nos modelos de crescimento endógeno depende de variáveis como a taxa de poupança, a taxa de gastos com educação e o progresso tecnológico. **F (gabarito equivocado)**

- Conforme acabamos de ver, a taxa de crescimento pode ser gerada endogenamente com:
  a) aumento da taxa de poupança (modelo AK);
  b) gastos com educação (modelo de Lucas).
- Adicionalmente, o modelo de Romer (1990) gera crescimento contínuo endogeneizando o progresso tecnológico, através das decisões de P&D das firmas (A Economia das Ideias).
  - Veja o modelo de Romer (1990) no curso teórico.

2) Em última instância, o valor do PIB de uma economia que sustenta uma taxa mais elevada de progresso tecnológico ultrapassará o valor do PIB de todas as demais economias (com taxas menores de crescimento tecnológico). **V**

- Mesmo considerando o modelo de crescimento de Solow, onde a tecnologia é tratada como uma variável exógena, temos que:

$$\boxed{\frac{\dot{y}}{y} = g_A}$$

- Logo, uma economia com maior taxa de variação tecnológica terá uma taxa de crescimento do PIB *per capita* maior ao longo do tempo. Assim, será mais "rica" no futuro.

3) Empiricamente, a proteção dos direitos de propriedade tem baixa correlação com o nível de PIB *per capita* dos países. **F**

- Um dos principais determinantes do investimento em P&D, que determina a taxa de variação tecnológica, é a possibilidade de apropriabilidade dos resultados por parte do agente econômico inovador. Isso depende crucialmente da proteção dos direitos de propriedade.

4) Por si só, a acumulação de capital não é capaz de sustentar permanentemente o crescimento do produto *per capita*. **V**

- Considerando o modelo se Solow, sabemos que, dada a taxa de poupança, a economia converge para um estado estacionário, onde a taxa de crescimento do PIB *per capita* passa a depender da taxa de variação tecnológica.

QUESTÃO 10 - 2018

Considere um Modelo de Solow com a seguinte função de produção agregada: $F\left(K(t),L(t),A(t)\right)=Y(t)=K(t)^{\alpha}\left(A(t)L(t)\right)^{1-\alpha}+BK(t)$, em que $\mathrm{Y(t)}$ é o produto, K(t) é a quantidade de capital, L(t) é a quantidade de trabalho e A(t) é o estado da tecnologia. δ, n e g são as taxas de depreciação, de crescimento populacional e de progresso técnico, respectivamente. A fração da renda poupada é s. Além disso, $0 < \alpha < 1$ e $B > 0$. Com essas informações, avalie as assertivas abaixo:

- **Observação Inicial:**
- Sabemos que todas as variáveis acima estão em função do tempo. Entretanto, por uma questão de simplicidade (economia na notação), iremos omitir os indicadores de tempo no momento das contas que, conforme vocês verão, nesse caso, são muitas.

- No curso teórico, vimos que o modelo de crescimento endógeno AK, que pode ser apresentado como um caso particular do modelo de Romer com externalidades do capital (1986 - caso em que α + η = 1), apresenta características e resultados diferentes, comparativamente ao modelo neoclássico.
- A tecnologia AK (representada por uma FDP do tipo Y = AK) difere da neoclássica em dois aspectos fundamentais:
  - não apresenta rendimentos decrescentes para o capital;
  - viola as condições de Inada.

- No caso da FDP desse exercício, $Y(t) = K(t)^{\alpha}\left(A(t)L(t)\right)^{1-\alpha} + BK(t)$, trata-se de uma FDP proposta inicialmente por Kurz (1968) e, posteriormente, reintroduzida na literatura econômica por Jones e Manuelli (1990).
- Observe que esta FDP conhecida como "Sobelow", está no "meio do caminho" entre a FDP de Solow e a de Rebelo (tecnologia AK). $\longrightarrow$

- Kurz, M. *“The General Instability of a Class of Competitive Growth Processes”.* Review of Economic Studies, 1968.
- Jones, L. E. e Manuelli, R. E. *“The Sources of Growth”.* Journal of Economic Dynamics and Control, 1997.

0) A função de produção na forma intensiva satisfaz as condições de Inada. **F**

- Vamos analisar as propriedades da FDP Sobelow $\rightarrow$ $\boxed{Y = BK + K^{\alpha} H^{1-\alpha}}$

a) Ela apresenta rendimentos constantes de escala, dado que:

$$B(\lambda K) + (\lambda K)^{\alpha} (\lambda H)^{1-\alpha} \rightarrow \lambda BK + \lambda K^{\alpha} (H)^{1-\alpha} \rightarrow \lambda Y$$

- Onde H $\equiv$ (AL), ou seja, as unidades eficientes de trabalho.

b) As produtividades marginais são positivas e decrescentes:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = B + \alpha K^{\alpha-1} H^{1-\alpha} > 0 \quad e \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \alpha(\alpha - 1) K^{\alpha-2} H^{1-\alpha} < 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial H} = (1-\alpha) K^{\alpha} L^{-\alpha} > 0 \quad e \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial H^2} = (1-\alpha)(-\alpha) K^{\alpha} L^{-\alpha-1} < 0$$

c) A FDP Sobelow **viola as condições de Inada**, pois quando K tente ao infinito a PMgK tende para B.

$$\boxed{\lim_{K\to\infty}\frac{\partial Y}{\partial K}=B\neq 0}\ ,\ \lim_{K\to 0}\frac{\partial Y}{\partial K}=\infty\ ,\ \lim_{H\to\infty}\frac{\partial Y}{\partial H}=0\ e\ \lim_{H\to 0}\frac{\partial Y}{\partial H}=\infty$$

$$\boxed{\frac{\partial Y}{\partial K}=B+\alpha K^{\alpha-1}H^{1-\alpha}\ :se\ K\to\infty\to\frac{\partial Y}{\partial K}\equiv PMgK\to B}$$

1) Para que haja solução de estado estacionário finita e estável, $\delta+n+g>Bs$. **V**

- Dada a FDP $Y = BK + K^{\alpha}H^{1-\alpha}$, em termos de unidades de eficiência, temos:

$$\frac{Y}{H} = B\frac{K}{H} + \frac{K^{\alpha}H^{1-\alpha}}{H} \rightarrow \frac{Y}{H} = B\frac{K}{H} + \frac{K^{\alpha}}{H^{\alpha}} \rightarrow \boxed{\hat{y} = B\hat{k} + \hat{k}^{\alpha}}$$

- Nesse caso, a equação que descreve a dinâmica para o estoque de capital efetivo (por unidades de eficiência).

$$\dot{\hat{k}} = s\hat{y} - \left(\delta + n + g\right)\hat{k} \rightarrow \dot{\hat{k}} = sB\hat{k} + s\hat{k}^{\alpha} - \left(\delta + n + g\right)\hat{k}$$

- Dividindo a expressão acima pelo estoque de capital efetivo, obtemos a taxa de crescimento dessa variável.

$$\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = \frac{sB\hat{k}}{\hat{k}} + \frac{s\hat{k}^{\alpha}}{\hat{k}} - \left(\delta + n + g\right)\frac{\hat{k}}{\hat{k}} \rightarrow \frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = sB + s\hat{k}^{\alpha-1} - \left(\delta + n + g\right)$$

$$\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = sB + s\hat{k}^{\alpha-1} - (\delta + n + g)$$ → Taxa de Crescimento da FDP Sobelow

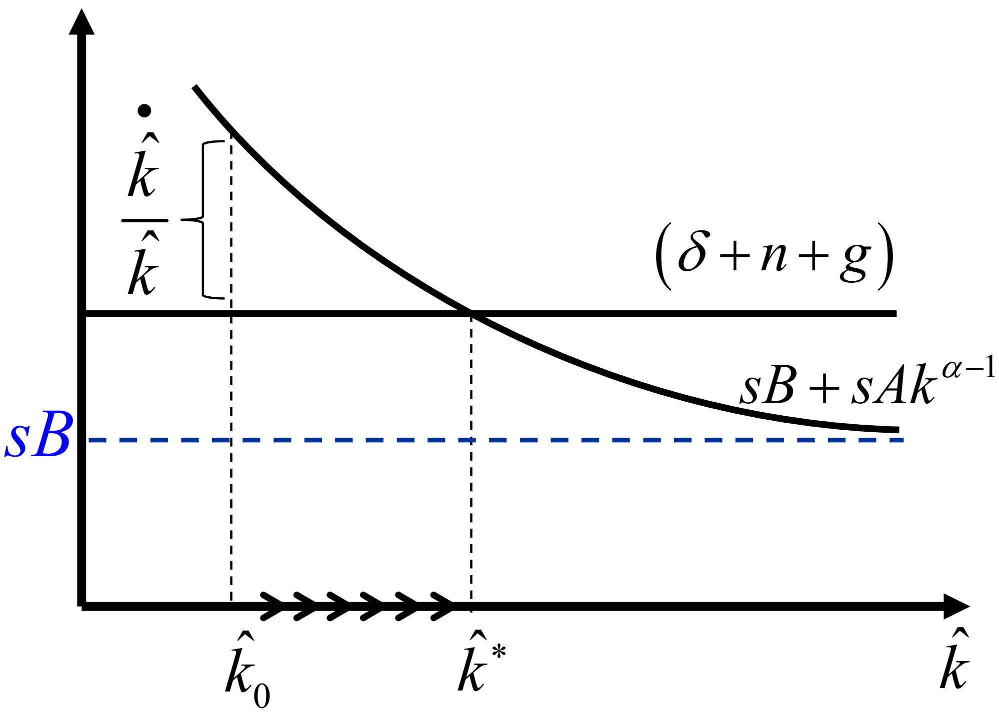
- Observe que, nesse caso, temos uma combinação dos modelos de Solow e AK.

  - Solow → $\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = s\hat{k}^{\alpha-1} - (\delta + n + g)$
  - AK → $\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = sB - (\delta + n + g)$

- Observe que o termo $s\hat{k}^{\alpha-1}$ vai se tornando cada vez menor conforme o estoque de capital efetivo aumenta, de forma que a curva de poupança (investimento) converge para *sB*.
  - Caso $sB > (\delta+n+g)$, não teremos estado estacionário, ou seja, o modelo se converte em um modelo com tecnologia AK.
  - Para que exista estado estacionário, devemos ter $sB < (\delta+n+g)$.

$$sB < (\delta + n + g)$$

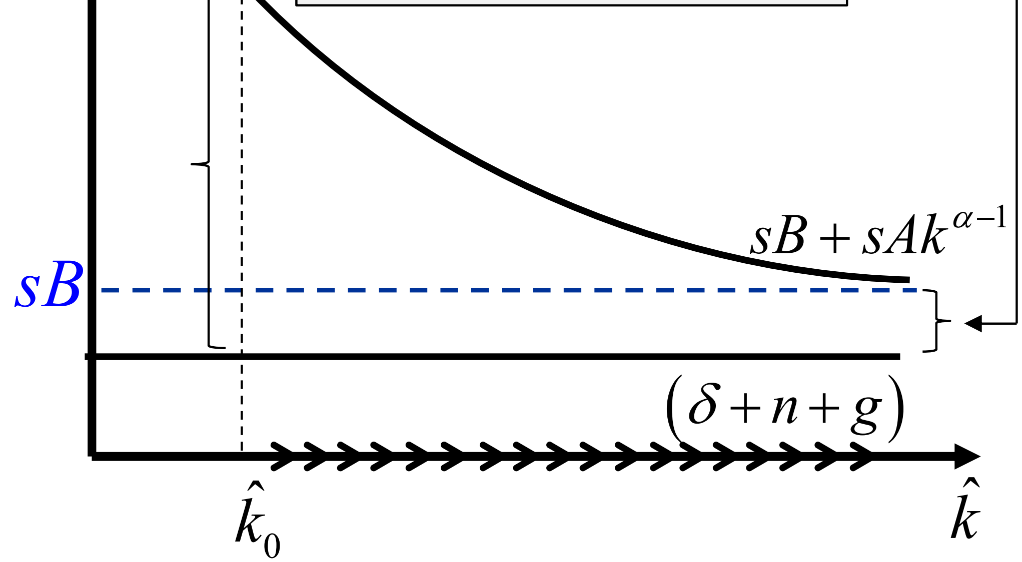
Convergência Para $\hat{k}^*$



$$sB > (\delta + n + g)$$

Tx. de Crescimentono L.P.

$$\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = sB - (\delta + n + g)$$



2) Se $\delta + n + g = Bs$, então o modelo é análogo ao modelo AK. **V**

- Note que, com $\delta + n + g = Bs$ teremos o modelo AK com $\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = g$.

3) Se $\delta+n+g=0{,}04$, $s=0{,}1$, $\alpha=0{,}5$ e $B=0{,}3$, então $\hat{k}^{*}=100$ é o estoque de capital por trabalhador efetivo no estado estacionário. **V**

- $Como\ \ \dfrac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}=sB+s\hat{k}^{\alpha-1}-(\delta+n+g)\ \ ,\ \ \dfrac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}}=0\Rightarrow Estado\ \ Estacion\acute{a}rio$
- $sB+s\hat{k}^{\alpha-1}=(\delta+n+g)\rightarrow s\left(B+\hat{k}^{\alpha-1}\right)=(\delta+n+g)$
- $\hat{k}^{\alpha-1}=\dfrac{(\delta+n+g)}{s}\rightarrow\hat{k}^{\alpha-1}=\dfrac{(\delta+n+g)}{s}-B\rightarrow\hat{k}^{*}=\left[\dfrac{(\delta+n+g)}{s}-B\right]^{\frac{1}{\alpha-1}}$
- $Logo:\ \hat{k}^{*}=\left[\dfrac{0{,}04}{0{,}1}-0{,}3\right]^{\frac{1}{0{,}5-1}}\rightarrow\hat{k}^{*}=[0{,}1]^{-2}\rightarrow\hat{k}^{*}=\dfrac{1}{0{,}1^{2}}\rightarrow\boxed{\hat{k}^{*}=100}$
- Note que o estado estacionário existe pois $sB<(\delta+n+g)$.

4) Se $\delta+n+g=0{,}04$, $s=0{,}1$, $\alpha=0{,}5\ e\ B=0{,}3$, então $\hat{c}^{*}=36$ é consumo por trabalhador efetivo no estado estacionário. **V**

- $Sabemos\ que\ \hat{y}=B\hat{k}+\hat{k}^{\alpha}\rightarrow\hat{y}^{*}=0{,}3\bullet100+100^{0{,}5}\rightarrow\hat{y}^{*}=40$

- Como a renda é dividida entre o consumo e o investimento, de acordo com a PMgs = s = 0,1, temos que 90% da renda é investida e 10% é consumida. Logo:

- $\hat{c}^{*}=s\hat{y}^{*}\rightarrow\hat{c}^{*}=0{,}1\bullet40\rightarrow\boxed{\hat{c}^{*}=36}$

QUESTÃO 15 - 2018

- Considere uma economia com as seguintes características, que se mantêm constantes ao longo do tempo:
  - O superávit primário é de 2% a.a.
  - A razão dívida-PIB atual é de 100%.
  - A taxa nominal de juros é de 8% a.a.
  - A taxa de inflação é de 4% a.a.
  - A taxa normal de crescimento do PIB é de 3% a.a.
- Calcule a razão dívida-PIB daqui a 5 anos, expressa em termos percentuais.

  Resposta: 95 (95%) → (anulada)

- A questão foi anulada, provavelmente, pela possibilidade de encontrarmos resultados diferentes, dependendo do critério de cálculo.
  - Utilizando uma expressão de cálculo com aproximação, geralmente apresentada nos livros básicos de macroeconomia, como no livro do Blanchard, a resposta é, aproximadamente, 95 (calculando também a taxa real de juros de forma aproximada). Entretanto, caso não utilizemos a aproximação (e nada é dito no enunciado), a resposta é, aproximadamente, 94.

- Claro, o aluno pode se perguntar o motivo de darmos tanta importância a uma questão que foi anulada.
- Note que isso torna a questão ainda mais interessante, considerando o seu potencial para a aprendizagem.

- **A Dinâmica da Dívida Governamental**
- A dívida do governo no final do ano *t* é igual a:

$$\boxed{D_t^g = (1+r)D_{t-1}^g + G_t + Tr_t + I_t^g - T_t}$$

- A dívida do governo ao final do período t é igual a dívida em t-1 acrescida de juros mais o déficit primário, dado pelo consumo do governo, mais as transferências (exceto juros), mais o investimento do governo, menos a carga tributária bruta.

- Portanto, se partirmos de uma dívida de \$100, com um superávit primário igual a zero e uma taxa de juros incidente sobre a dívida de 10%, teremos uma dívida no final do período t igual a $(1+r)D_{t-1}^g = \$110$.

- Obviamente, devemos analisar as condições de solvência da Nação observando o tamanho de sua dívida em relação ao PIB, ou seja, em relação a uma *proxi* para a sua capacidade de geração de receita.

- A ***razão dívida/PIB***, ou coeficiente de endividamento, fornece a razão entre a dívida e o PIB.

(I)
$$\frac{D_t^g}{Y_t} = (1+r)\frac{D_{t-1}^g}{Y_t} + \frac{G_t + Tr_t + I_t^g - T_t}{Y_t}$$

- Note que o último termo é o déficit primário em relação ao PIB, que chamaremos de (d_t).
- Note também que temos que resolver um pequeno problema: do lado direito, temos a dívida em t-1 dividida pelo PIB em t.

(II) $$\frac{D_t^g}{Y_t} = (1+r)\frac{Y_{t-1}}{Y_t}\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

Multiplicando e dividindo o segundo termo pelo produto defasado em um período.

Agora temos todos os termos da equação em relação ao PIB .

- Sendo g_{y_t} a taxa de crescimento real do PIB:

$$g_{y_t} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \Rightarrow g_{y_t} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1 \Rightarrow 1 + g_{y_t} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \Rightarrow \boxed{\frac{Y_{t-1}}{Y_t} = \frac{1}{1+g_{y_t}}}$$

- Substituindo em (II):

$$\frac{D_t^g}{Y_t} = (1+r)\left(\frac{1}{1+g_{y_t}}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t \Rightarrow \boxed{\frac{D_t^g}{Y_t} = \left(\frac{1+r}{1+g_{y_t}}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t} \quad \textbf{(III)}$$

- Observe que a expressão anterior nos fornece a dinâmica da relação dívida/PIB, sem qualquer aproximação.
- Em geral, os livros básicos de macroeconomia, com o intuito de facilitar a interpretação e as contas, utilizam uma expressão aproximada.

- Utilizando uma aproximação útil:

$$\left(\frac{1+r}{1+g_{y_t}}\right) \cong 1+r-g_{y_t}$$

Substituindo em (III)

(IV)
$$\frac{D_t^g}{Y_t} = \left(1+r-g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

- Passando para a esquerda a relação dívida/PIB do período anterior, obtemos uma expressão (aproximada) que nos mostra quais as variáveis que afetam o comportamento da relação dívida/PIB.

(V) $$\boxed{\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t}$$

- **A equação (V) nos mostra que a relação (dívida/PIB) aumenta:**
  - Quanto maior a taxa de juros incidente sobre a dívida;
  - Quanto menor a taxa de crescimento do PIB real;
  - Quanto maior o coeficiente de endividamento inicial;
  - Quanto maior o déficit primário em relação ao PIB.

- Observando o gabarito, descobrimos que o formulador da questão pensou em uma solução utilizando a versão aproximada e, adicionalmente, também calculou a taxa real de juros de forma aproximada (dessa forma a resposta se aproxima de 95). Vejamos:

$$\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

- Como *d* representa o déficit primário, temos que *d* = *-s* , onde *s* representa o superávit primário (que consta no enunciado).

$$\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = \left(r - g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

- Como a taxa nominal de juros é igual a 8% e a taxa de inflação é igual a 4%, a taxa real de juros é, <u>aproximadamente</u>, igual a 4%. Logo:

$$\frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = (0,04 - 0,03) \bullet 1 - 0,02 \rightarrow \frac{D_t^g}{Y_t} - \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} = 0,01 \rightarrow 1\%$$

- Logo, a relação dívida/PIB seria reduzida em 1p.p. a cada período. Com isso, partindo de uma relação dívida/PIB de 100%, em t+5 ela seria igual a, aproximadamente, 95%.
- Utilizando nossa expressão aproximada, podemos calcular a evolução da dívida/PIB.

$$\frac{D_t^g}{Y_t} = (1 + r - g_{y_t}) \frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t$$

t	100.00%
t+1	99.00%
t+2	97.99%
t+3	96.97%
t+4	95.94%
t+5	94.90%

$\cong 95\%$

- Entretanto, não se esqueça que:

a) O termo $\left(1+r-g_{y_t}\right)$ é uma aproximação.

b) A taxa real de juros foi calculada de forma aproximada.

- Basta que utilizemos a taxa real de juros calculada sem aproximação (seu valor exato), que o resultado será diferente. Nesse caso o valor da relação dívida/PIB será, aproximadamente, 94%.

$$r=\left[\frac{(1+i)}{(1+\pi)}\right]-1 \rightarrow r=\left[\frac{(1+0,08)}{(1+0,04)}\right]-1 \rightarrow r=0,038462 \rightarrow 3,8462\%$$

$$\frac{D_t^g}{Y_t}=\left(1+r-g_{y_t}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}}+d_t$$

t	100.00%
t+1	98.85%
t+2	97.68%
t+3	96.51%
t+4	95.33%
t+5	94.13%

$\cong 94\%$

- Repare então que a questão foi anulada pois, mesmo utilizando a expressão aproximada para a dinâmica da relação dívida/PIB, podemos ter dois resultados (94 ou 95), simplesmente por utilizarmos a taxa real de juros calculada de forma exata ou aproximada.

- Claro, o resultado ainda seria diferente caso não utilizássemos a expressão aproximada:
  - Experimente calcular a relação dívida/PIB em t+5, utilizando a equação exata.

$$\boxed{\frac{D_t^g}{Y_t} = \left(\frac{1+r}{1+g_{y_t}}\right)\frac{D_{t-1}^g}{Y_{t-1}} + d_t}$$

QUESTÃO 07 - 2021

Com base nas teorias do consumo e do investimento, assinale como verdadeiras ou falsas as assertivas abaixo:

(0) A Teoria da Renda Permanente ressalta que o horizonte de planejamento dos consumidores é sua vida inteira e a Teoria do Ciclo da Vida enfatiza que os consumidores olham além da renda corrente. F

(1) De acordo com a Teoria da Renda Permanente e a Teoria do Ciclo da Vida, as decisões de consumo dependem não apenas da renda corrente do indivíduo, mas também de sua renda futura esperada e de sua riqueza financeira. V

- Conforme vimos, Renda Permanente e Ciclo Vital são teorias que consideram que as famílias tentam suavizar a trajetória de consumo ao longo do tempo.
- Para isso, consideram a renda corrente, a renda futura esperada e a taxa de juros (a riqueza!). Adicionalmente, as famílias sabem que, um maior consumo hoje implica em um menor consumo no futuro, *ceteris paribus*.
  - A riqueza das famílias é dada pelo valor presente do fluxo de renda.
- Para suavizar a trajetória de consumo as famílias tendem a poupar nos momentos de renda mais alta e despoupar nos momentos em que ela é mais baixa.

- **Mas qual a diferença entre as duas teorias ?**
- **Renda Permanente →** a renda varia de forma aleatória ao longo da vida e as famílias poupam a renda transitória e decidem o seu consumo com base na renda permanente (renda média).
- **Ciclo Vital →** o comportamento da poupança depende do estágio do ciclo vital: os indivíduos poupam na juventude (quando a renda é mais alta) e despoupam na velhice (quando a renda é mais baixa).
  - Isso não é corroborado pela evidência empírica.

(2) Segundo a Teoria da Renda Permanente, o consumo não responde às variações da renda se elas forem transitórias. F

- O consumo responde fundamentalmente à renda permanente, mas isso não quer dizer que o efeito da renda transitória sobre o consumo seja igual a zero.
  - Quando a renda do agente econômico aumenta inesperadamente, quanto desse aumento de renda ele julga que se trata de um aumento permanente ? $\longrightarrow$

- Segundo Friedman, a renda pode ser dividida em dois componentes:

$$\boxed{Y = Y^P + Y^T}$$

  - Y^P = renda permanente, (renda que os agentes esperam manter no futuro).
  - Y^T = renda transitória (renda que os agentes não esperam manter no futuro).
- Logo, a renda permanente é a renda média e a renda transitória é o desvio aleatório em relação a essa média.
- As famílias desejam suavizar o consumo. Logo, em um período no qual a renda é relativamente:
  - Alta → as famílias poupam.
  - Baixa → as famílias despoupam.

- **Estimando a Renda Permanente**
- Dado um aumento na renda, o indivíduo terá que decidir se este aumento é permanente ou transitório. Supondo que a renda permanente está relacionada ao comportamento das rendas passadas e da renda futura esperada:

$$\boxed{Y^P = f\left(Y_{t+1}^e, Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots\right)}$$

- Simplificando para dois períodos e trabalhando com expectativas adaptativas, temos:

$$\boxed{Y_{P,t}^e = \alpha Y_{P,t-1}^e + \left(1-\alpha\right) Y_t}$$

- Nesse caso, a estimativa da renda permanente é dada pela estimativa da renda permanente do período anterior e por mudanças reais na produção (renda).

$$Y_{P,t}^{e} = \alpha Y_{P,t-1}^{e} + \left(1-\alpha\right) Y_{t}$$

- Suponha que a renda permanente em t-1 tenha sido estimada em \$1.000,00, idêntica a renda corrente.
- Caso a renda corrente em t aumente para \$1.100,00, o agente econômico terá que decidir se esse aumento é permanente ou transitório. Portanto, temos:
  - $Se\ \alpha = 0 \rightarrow Y_{P,t}^{e} = 0 \bullet \$1.000 + \left(1-0\right) \bullet \$1.100 \rightarrow Y_{P,t}^{e} = \$1.100$
  - $Se\ \alpha = 1 \rightarrow Y_{P,t}^{e} = 1 \bullet \$1.000 + \left(1-1\right) \bullet \$1.100 \rightarrow Y_{P,t}^{e} = \$1.000$
  - $Se\ \alpha = 0,5 \rightarrow Y_{P,t}^{e} = 0,5 \bullet \$1.000 + \left(1-0,5\right) \bullet \$1.100 \rightarrow Y_{P,t}^{e} = \$1.050$
- Logo, o parâmetro α determina quanto de variação na renda corrente o agente econômico interpreta como sendo renda permanente.

- **Implicações da Teoria da Renda Permanente**

- A PMgC da renda atual (PMgC de curto prazo) é substancialmente menor que a PMgC da renda permanente (PMgC de longo prazo).
  - A evidência empírica corrobora essa conclusão.

- Por simplicidade, considere um modelo com previsão perfeita:

$$C_t = bY_t^P \quad e \quad Y_t^P = \alpha Y_{t-1}^P + \left(1-\alpha\right)Y_t$$

$$C_t = b\left[\alpha Y_{t-1}^P + \left(1-\alpha\right)Y_t\right] \rightarrow \boxed{C_t = b\alpha Y_{t-1}^P + b\left(1-\alpha\right)Y_t}$$

- PMgC de Longo Prazo (Renda Permanente) = *b*
- PMgC de Curto Prazo (Renda Corrente) = *b(1-α)*

- **Portanto, podemos concluir:**
- Se $\alpha = 0$, $Y^P = Y_t$, ou seja, a renda permanente é igual a renda corrente. Dito de outro modo, o agente interpretou seu aumento de renda como sendo permanente.
- Se $Y_t = Y_{t-1}$, a renda permanente permanece inalterada.
- Se $Y_t > Y^P$, a renda permanente aumenta mais, quanto menor for o parâmetro α. Dito de outro modo, quanto menor o parâmetro a , mais o agente econômico está interpretando que a renda corrente será mantida no futuro (renda permanente).
- O tempo necessário para que a renda permanente se ajuste à renda corrente depende do número de períodos em que a renda corrente aparece defasada.

(3) Quanto menos valorizado é o capital instalado em relação ao seu preço de compra atual, maior deverá ser o investimento. F

- Segundo Tobin existe uma estreita relação entre as flutuações no investimento e as flutuações no mercado de ações.
- Ações representam participações na propriedade das empresas e, com isso, quando o valor de mercado da empresa aumenta ampliam-se as oportunidades de investimentos lucrativos.
- Logo, os preços das ações refletem os incentivos a investir e as decisões de investimento são baseadas na razão **q**.

$$q_{Tobin} = \frac{Valor\ de\ Mercado\ do\ Capital\ Instalado}{Custo\ de\ Reposição\ do\ Capital\ Instalado}$$

- Se q > 1 → o valor de mercado do capital instalado é maior que o custo de substituição do mesmo → aumento do investimento: o valor de mercado da empresa aumenta conforme ela adquire mais capital.

(4) O investimento depende tanto do lucro corrente quanto do valor presente dos lucros futuros esperados. V

- Exatamente como vimos.
- A firma decide investir ou não considerando o valor presente dos lucros esperados.

$$VP(\Pi_t^e) = \frac{1}{1+r_t}\Pi_t + \frac{1}{(1+r_t)^2}(1-d)\Pi_{t+1}^e + \cdots$$

QUESTÃO 05 - 2021

Com base nos modelos de crescimento endógeno, assinale como verdadeiras ou falsas as assertivas abaixo:

(0) Contrariamente ao Modelo de Solow, o capital, seja físico ou humano, apresenta retornos marginais constantes e não decrescentes. V

(1) Considerando uma função de produção dada por Y = AK, em que Y é o produto, K é o capital e A é um parâmetro fixo de produtividade, um aumento permanente na taxa de poupança aumenta permanentemente o nível de produto e, temporariamente, a taxa de crescimento do produto. F

(2) Considerando uma função de produção dada por Y = AK, em que Y é o produto, K é o capital e A é um parâmetro fixo de produtividade, e que as taxas de crescimento populacional e de depreciação de capital são constantes, a renda *per capita* crescerá continuamente a uma taxa constante. ~~V~~ → A

- Existem diversos modelos de crescimento endógeno, que abordam diversos fatores determinantes do crescimento econômico.
- No caso da afirmação **(0)** ela é verdadeira desde que estejamos falando do modelo AK.
  - Considerando o modelo AK, a PMgK é constante e quanto maior a taxa de poupança, maior será a taxa de crescimento;
  - Considerando o modelo de Lucas com capital humano, quanto maior o gasto com educação, maior a qualificação da mão de obra e, portanto, maior a taxa de crescimento de longo prazo.
    - O modelo de crescimento com capital humano foi testado por MRW (1992), considerando o tempo dedicado ao acúmulo de qualificações (e não o gasto com educação). Entretanto, os resultados são similares.

- Na verdade, a taxa de crescimento pode ser gerada endogenamente com:
  a) aumento da taxa de poupança (modelo AK);
  b) gastos com educação (modelo de Lucas).

- Adicionalmente, o modelo de Romer (1990) gera crescimento contínuo endogeneizando o progresso tecnológico, por meio das decisões de P&D das firmas (A Economia das Ideias).
  - Veja o modelo de Romer (1990) no curso teórico.

- Um pequeno resumo (maiores detalhes podem ser vistos no curso teórico):

- **Modelo AK**

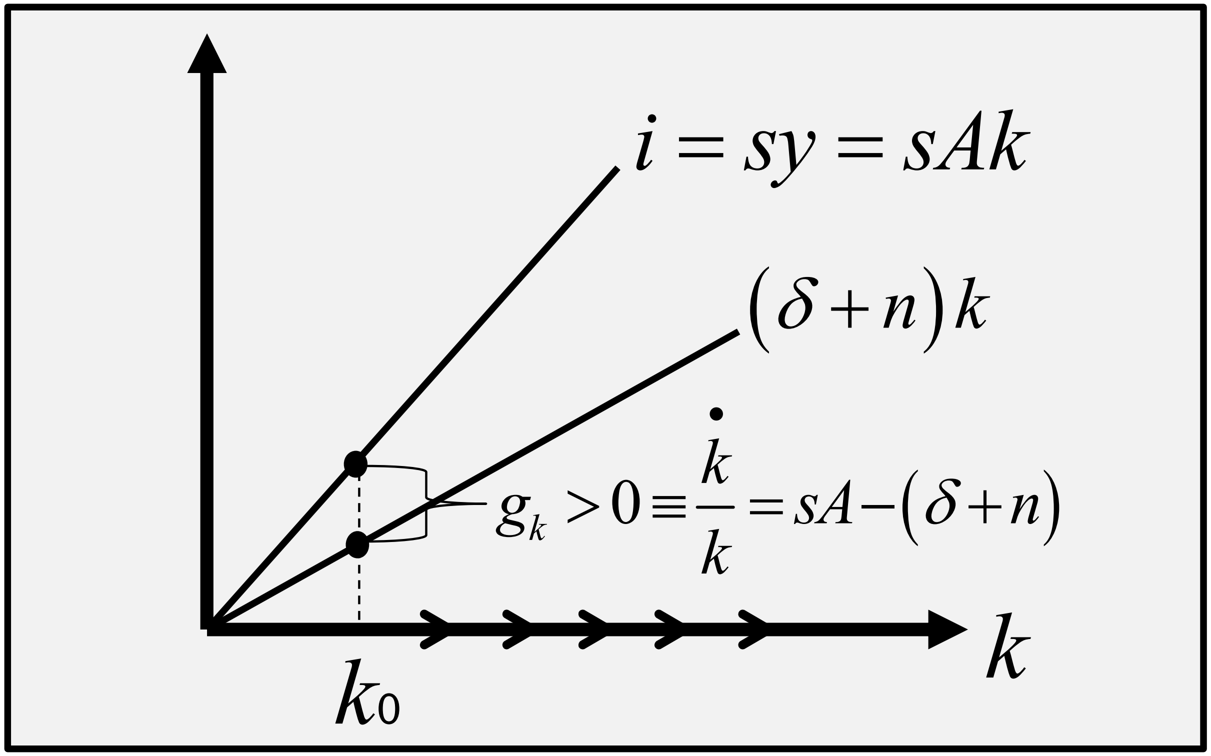
- Suponha que a FDP seja dada por Y = AK (em termos per capita, y = Ak).
- Logo, a equação de acumulação é dada por:

$$\dot{k} = sy - (\delta + n)k \rightarrow \dot{k} = sAk - (\delta + n)k \ , \ dividindo \ \ por \ \ k:$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = g_k = sA - (\delta + n) \ \rightarrow \boxed{\frac{\dot{y}}{y} = g_y = sA - (\delta + n)}$$

- Logo, políticas que aumentem permanentemente a taxa de poupança aumentarão permanentemente a taxa de crescimento do PIB *per capi*ta.

- Supondo que o investimento seja superior à depreciação, ou seja, que a economia é suficientemente produtiva, de forma que $sA > (\delta + n)$:



- Logo, o item **(1)** é verdadeiro, pois um aumento em s aumenta a taxa de crescimento permanentemente.

$$\boxed{\frac{\dot{k}}{k} = g_k = sA - \left(\delta + n\right) \rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = g_y = sA - \left(\delta + n\right)}$$

- O item **(2)** foi anulado por conta de uma possível confusão: a taxa de crescimento será constante desde que tenhamos *s*, *A*, δ e *n* constantes.

(3) Uma política governamental que leve a um aumento no nível de qualificação profissional gera um aumento temporário na taxa de crescimento do PIB *per capita*. F

- O aumento na qualificação profissional (aumento da produtividade do trabalho) pode aumentar a taxa de crescimento permanentemente.

(4) Os modelos em que são considerados os efeitos da acumulação de capital sobre a tecnologia exibem retornos crescentes de escala. V

- Se o aumento do estoque de capital por parte de uma firma (mesmo com a PMgk sendo decrescente) gerar algum efeito externo sobre as outras firmas (aumento de produtividade), podemos ter retornos crescentes de escala.

QUESTÃO 08 – 2021

Calcule o valor da taxa de poupança sob a regra de ouro num Modelo de Solow com progresso técnico, em que a função de produção agregada é

$$F\left(K(t),L(t),A(t)\right)=Y(t)=K(t)^{0,3}\left(A(t)L(t)\right)^{0,7}+\tfrac{1}{2}(n+\delta+g)K(t) \ ,$$

em que Y(t) é o produto, K(t) é a quantidade de capital, L(t) é a quantidade de trabalho e A(t) é o estado da tecnologia. δ, *n* e *g* são as taxas de depreciação, de crescimento populacional e de progresso técnico, respectivamente. A fração da renda poupada é *s*. Multiplique o resultado por 10. **Resposta: 03**

- Como vimos, a taxa de poupança que determina o estoque de capital em estado estacionário maximizador de consumo (regra de ouro) é determinada pelo expoente de K. Logo, a resposta é 3 (0,3 x 10).
- Mas, vamos ver mais algumas coisas...

- A questão trata da **Regra de Ouro** de acumulação de capital.
- Como vimos, o formulador de política econômica pode escolher a taxa de poupança (variável exógena no modelo de Solow) e, portanto, o estado estacionário.
- Qual o Estado Estacionário a Ser Escolhido → Aquele que maximiza o consumo **(nesse caso, o consumo por unidades de eficiência).**
- Logo, devemos resolver a seguinte questão: Qual o estoque de capital em estado estacionário (k^{**}) que permite o maior nível de consumo possível.

- **Encontrando o Nível Ótimo Definido Pela Regra de Ouro (suponha todas as variáveis medidas em unidades de eficiência)**

- Temos que $y = c + i \Rightarrow c = y - i$
- Como $y = f\left(k\right)$ e, em qualquer estado estacionário $i = \left(\delta + n + g_A\right)k$, temos:

$$\boxed{c^* = f\left(k^*\right) - \left(\delta + n + g_A\right)k^*}$$

- Logo, no estado estacionário, o consumo por trabalhador efetivo é igual ao produto por trabalhador efetivo menos a depreciação (considerando o efeito do crescimento populacional e g_A) .

  - $Maximizando\ o\ Consumo \rightarrow \dfrac{\partial c^*}{\partial k^*} = 0 \Rightarrow f'\left(k^*\right) - \left(\delta + n + g_A\right) = 0.$

  - $\boxed{Logo : k^{**} \Rightarrow PMgk = \left(\delta + n + g_A\right).} \rightarrow \boxed{Onde\ s^{**} = \alpha.}$

- **Perguntas Importantes (Modelo de Solow)**
- Quais os efeitos de um aumento em *s* ?
- Quais os efeitos de um aumento em *n* ?
- Quais os efeitos de um aumento em g_A ?
- Quais as taxas de crescimento das variáveis totais ?
- Quais as taxas de crescimento das variáveis *per capita* ?
- Quais as taxas de crescimento das variáveis “efetivas” ?
- Sempre que *s* aumenta o consumo aumenta ?
  - Lembre-se que (com $g_A = 0$) $k^{**} \Rightarrow PMgk = (\delta + n)$

QUESTÃO 15

Considere uma economia com a seguinte função de produção: $Y_t = 0,5K_t^{0,5}L_t^{0,5}$, em que Y é o produto, K é o capital e N é o número de trabalhadores. Suponha que a população é constante, a taxa de poupança é de 20% e a depreciação do capital é de 5%. Utilizando o Modelo de Crescimento de Solow, calcule o produto por trabalhador no estado estacionário. **Resposta: 01**

- Trata-se do Modelo de Solow sem tecnologia e sem crescimento populacional, ou seja:

$$\boxed{\frac{\dot{A}}{A} = g_A = 0 \quad e \quad \frac{\dot{L}}{L} = n = 0}$$

- Primeiramente, devemos escrever a função de produção em termos *per capita* (por trabalhador), onde as letras minúsculas representam as variáveis *per capita*.

$$Como\ Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \rightarrow \frac{Y}{L} = A\frac{K^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} \rightarrow \frac{Y}{L} = A\frac{K^{\alpha}}{L^{\alpha}} \rightarrow \frac{Y}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} \rightarrow \boxed{y = Ak^{\alpha}}$$

- Note então que no modelo de Solow o produto *per capita* é função do estoque de capital *per capita*.
- A equação dinâmica do modelo de Solow descreve a dinâmica do estoque de capital *per capita*, onde ***s*** representa a propensão à poupar e δ a taxa de depreciação.

$$\boxed{\dot{k} = sy - \delta k}$$

- Portanto, a equação dinâmica de Solow nos diz que o estoque de capital *per capita* aumenta sempre que o investimento *per capita* ***(sy)*** superar a depreciação **(δk)** do estoque de capital *per capita*.

$$\boxed{Como\ \ y = Ak^{\alpha} \rightarrow \dot{k} = sAk^{\alpha} - \delta k}$$

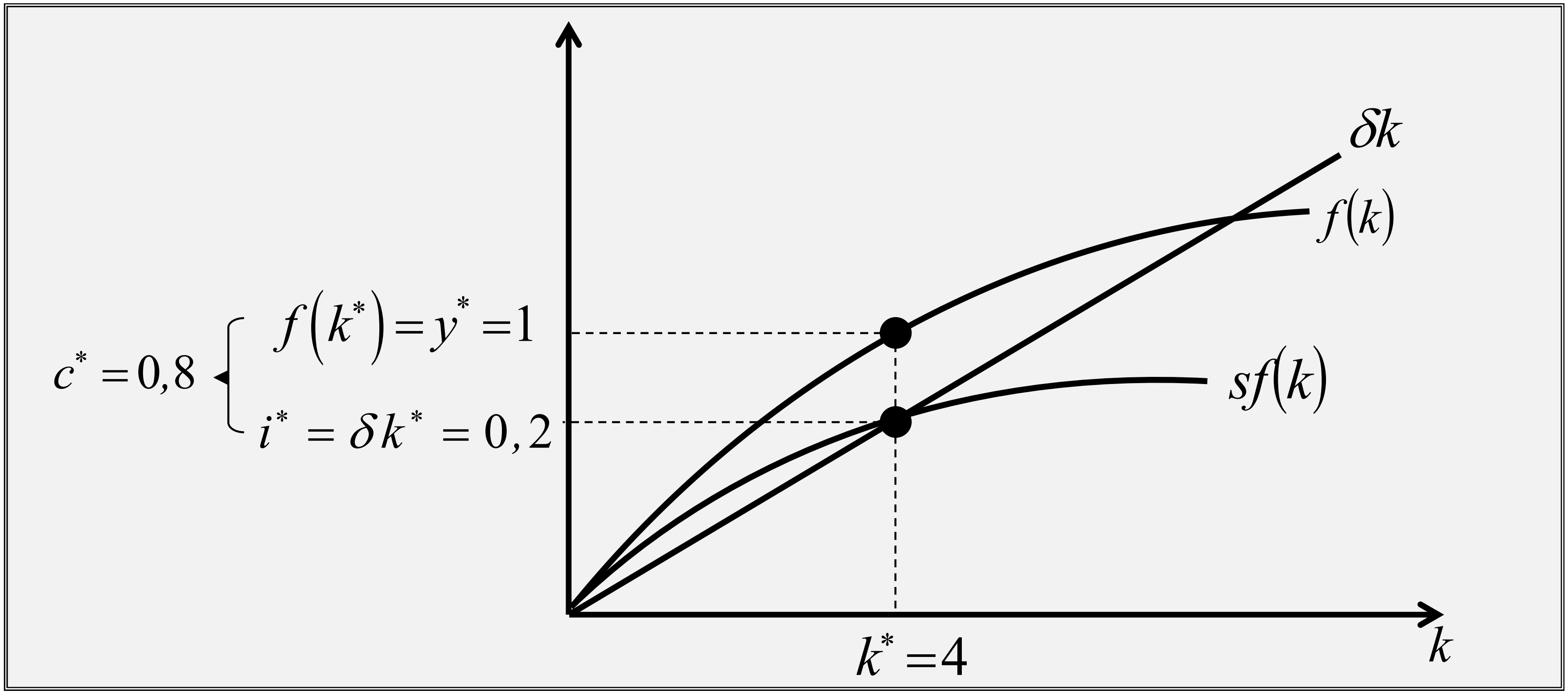
- Como a PMgk é decrescente e a taxa de depreciação é constante, os acréscimos no produto são cada vez menores, com a economia convergindo para um estado estacionário, que será maior, quanto maior a taxa de poupança e a elasticidade do capital e menor a taxa de depreciação.

- Podemos calcular o estado estacionário fazendo:

$$\dot{k} = 0 \rightarrow sAk^{*\alpha} = \delta k^{*} \rightarrow \frac{k^{*}}{k^{*\alpha}} = \frac{sA}{\delta} \Rightarrow k^{*1-\alpha} = \frac{sA}{\delta} \Rightarrow \boxed{k^{*} = \left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}$$

- Logo, temos: $k^{*} = \left(\frac{sA}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \rightarrow k^{*} = \left(\frac{0,2 \bullet 0,5}{0,05}\right)^{\frac{1}{1-0,5}} \rightarrow \boxed{k^{*} = 4}$

$$y^{*} = 0,5(4)^{0,5} \rightarrow \boxed{y^{*} = 1}$$



$$k^* = 4 \rightarrow y^* = 0,5k^{*1/2} \rightarrow y^* = 1$$

$$i^* = sy^* \rightarrow i^* = 0,2(1) \rightarrow i^* = 0,2 = \delta k^*$$

$$c^* = (1-s)\,y^* \rightarrow c^* = (1-0,2)1 \rightarrow c^* = 0,8$$