CORECON-RJ
CONSELHO REGIONAL DE ECONOMIA

ANPEC - Microeconomia
Prova - 2012

Prof. Antonio Carlos Assumpção

QUESTÃO 01

As afirmativas abaixo se referem à teoria do consumidor. Denomine de R a renda monetária exógena do consumidor, x_1 a quantidade consumida do bem 1, x_2 a quantidade consumida do bem 2, p_1 o preço do bem 1 e p_2 o preço do bem 2. Assinale Falso ou Verdadeiro:

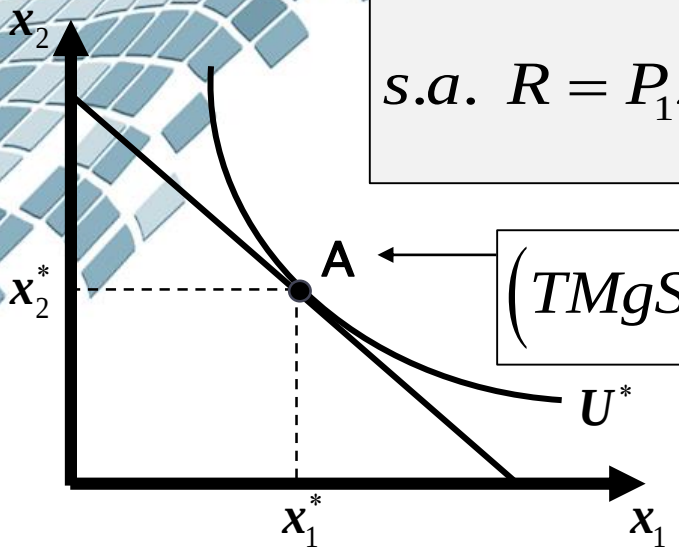
0) Se, $U(x_1, x_2) = (x_1, x_2)^2$ então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: **F**

$$x_1^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_1^2} \quad e \quad x_2^* = \frac{1}{2}\frac{R}{p_2^2}.$$

- Primeiramente devemos notar que trata-se de uma função utilidade do tipo Cobb-Douglas.
- Para calcularmos as quantidades ótimas consumidas devemos encontrar as demandas marshalianas por x_1 e x_2.
- Tal problema se resume em encontrarmos a cesta de consumo que esteja na curva de indiferença mais distante da origem que toque na restrição orçamentária.
- Isto ocorre onde a curva de indiferença tangencia a restrição orçamentária. Portanto, devemos ter TMgS(x_2,x_1) = relação de preços.

$$max\ U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$$

$$s.a.\ R = P_1 x_1 + P_2 x_2 \rightarrow x_2 = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} x_1$$



$$\left(TMgS_{(x_2, x_1)}\right) = \left(relação\ de\ Preços\right)$$

$$TMgS_{(x_2, x_1)} = -\frac{UMg_{x_1}}{UMg_{x_2}} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = -\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$$

$$Equilíbrio: \frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow P_2 x_2 = \frac{\beta}{\alpha} P_1 x_1$$

Substituindo na R.O.I.

$$R = P_1 x_1 + P_2 x_2 \Rightarrow P_1 x_1 + \frac{\beta}{\alpha} P_1 x_1 = R \Rightarrow P_1 x_1 \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) = R \Rightarrow \frac{R}{P_1 x_1} = 1 + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{R}{P_1 x_1} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \Rightarrow P_1 x_1 = \frac{R}{\frac{\alpha + \beta}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{x_1^* = \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \frac{R}{P_1}} \; e \; \boxed{x_2^* = \frac{\beta}{(\alpha + \beta)} \frac{R}{P_2}}$$

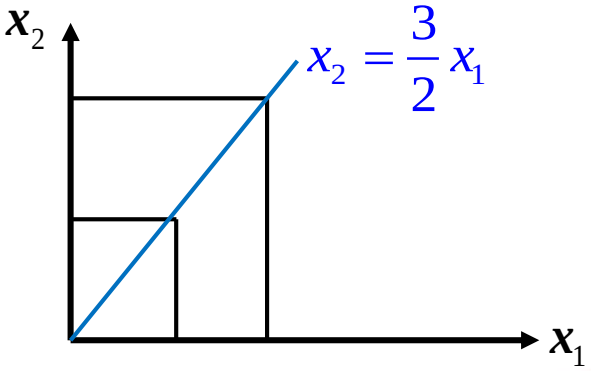
$$Logo: \boxed{x_1^* = \frac{1}{2} \frac{R}{P_1}} \; e \; \boxed{x_2^* = \frac{1}{2} \frac{R}{P_2}}$$

1) Se a função utilidade do consumidor é dada por:

$$U(x_1, x_2) = \max\left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{3}\right) \quad ,$$

$p_1 = 2$ e $p_2 = 3$, então a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por: $x_1^* = \frac{R}{2}$ e $x_2^* = \frac{R}{3}$. **F**

- As curvas de indiferença para essa função utilidade são ângulos retos com os lados cruzando os eixos, como ilustra a figura abaixo.
- Tratam-se, portanto de preferências côncavas. Consequentemente, o consumidor deve especializar-se no consumo de apenas um bem o que contradiz o enunciado.

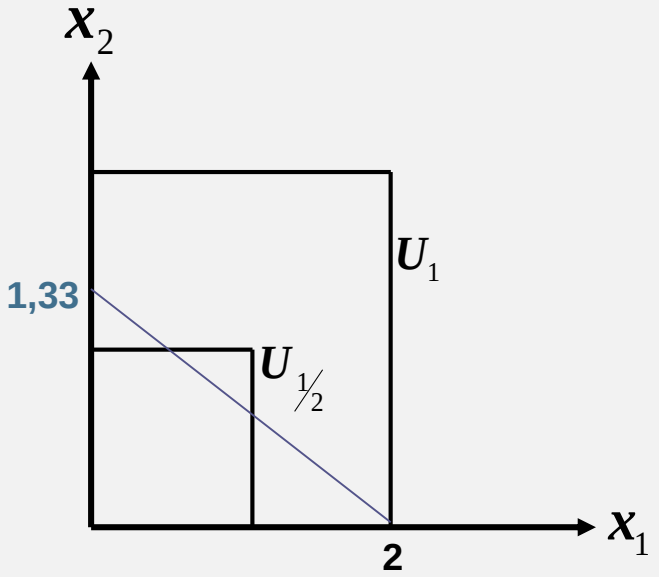


- A restrição orçamentária é dada por: $x_2 = \frac{R}{3} - \frac{2}{3}x_1$.

$$Se\ \bar{U}_{(\frac{1}{2})} = \max\left(\frac{1}{2}, \frac{1,5}{3}\right)$$

$$Se\ \bar{U}_{(1)} = \max\left(\frac{2}{2}, \frac{3}{3}\right)$$

$$Se\ R = 4 \rightarrow x_2 = 1,33\ e\ x_1 = 2$$



- Logo, o consumidor se especializará no consumo de *x1*.

2) Se $U(x_1, x_2) = \min\left\{4x_1^2, 9x_2^2\right\}$, a cesta ótima é dada por:

$$x_1^* = \frac{2R}{3p_1 + 2p_2} \quad e \quad x_2^* = \frac{3R}{3p_1 + 2p_2}.$$ **F**

- Como os bens são complementos perfeitos, eles são consumidos em uma determinada proporção fixa. Portanto:

$$U(x_1, x_2) = min(\alpha x_1, \beta x_2) \Rightarrow \alpha x_1 = \beta x_2 \Rightarrow x_1 = \frac{\beta}{\alpha} x_2 \quad ou \quad x_1 = \frac{\alpha}{\beta} x_1$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O. \Rightarrow R = P_1 x_1 + P_2 x_2 \Rightarrow R = P_1 \frac{\beta}{\alpha} x_2 + P_2 x_2$$

$$R = \left(P_1 \frac{\beta}{\alpha} + P_2 \right) \bullet x_2 \Rightarrow \boxed{x_2^* = \frac{R}{P_1 \frac{\beta}{\alpha} + P_2}} \quad e \quad \boxed{x_1^* = \frac{R}{P_1 + P_2 \frac{\alpha}{\beta}}}$$

$$x_2^* = \frac{R}{P_1 \frac{\beta}{\alpha} + P_2} \rightarrow x_2^* = \frac{R}{P_1 \frac{6}{4} + P_2} \rightarrow \boxed{x_2^* = \frac{2R}{3P_1 + 2P_2}}$$

$$x_1^* = \frac{R}{P_1 + P_2 \frac{\alpha}{\beta}} \rightarrow x_1^* = \frac{R}{P_1 + P_2 \frac{4}{6}} \rightarrow \boxed{x_1^* = \frac{3R}{3P_1 + 2P_2}}$$

3) Se $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$ e supondo solução interior, a cesta ótima escolhida pelo consumidor é dada por:

$$x_1^* = \frac{p_1}{p_2} \; e \; x_2^* = \frac{R - p_1}{p_2}.$$ **F**

- Nesse caso temos preferências quase-lineares em x_2.

$$TMgs_{(x_2, x_1)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{\frac{1}{x_1}}{1} = -\frac{1}{x_1}$$ e $$Relação\ de\ Preços = -\frac{P_1}{P_2}$$

$$Equilíbrio: TMgs_{(x_2, x_1)} = \frac{1}{x_1} = \frac{P_1}{P_2} = Relação\ de\ Preços$$

$$P_2 = P_1 x_1 \rightarrow R.\mathrm{O}. \rightarrow R = P_2 x_2 + P_2 \rightarrow R - P_2 = P_2 x_2 \rightarrow \boxed{x_2^* = \frac{R - P_2}{P_2}}$$

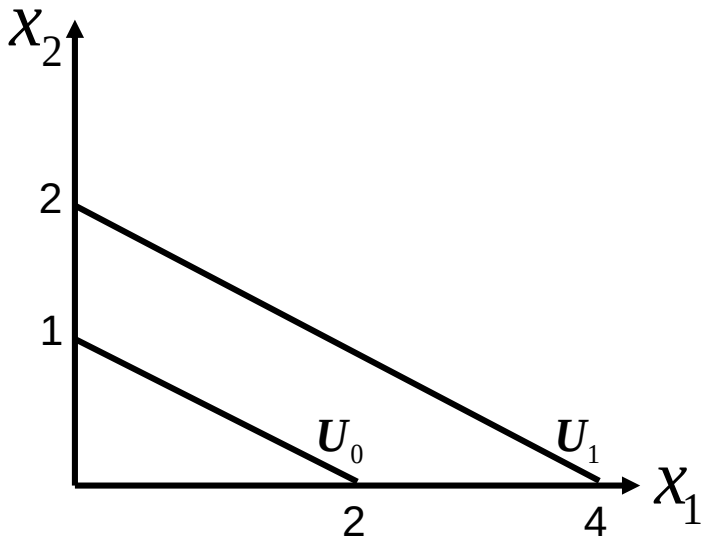
$$Como\ R - P_2 = P_2 x_2 \rightarrow R = R - P_2 + P_1 x_1 \rightarrow P_2 = P_1 x_1 \rightarrow \boxed{x_1^* = \frac{P_2}{P_1}}$$

4) Se $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, então pode-se dizer que este consumidor substitui uma unidade do bem 1 por 2 unidades do bem 2. **F**

- Temos que:

$$UMgx_1 = 1 \; e \; UMgx_2 = 2$$

- Logo, uma unidade de x_2 equivale a duas unidades de x_1.
- Portanto, nesse caso, o consumidor estaria disposto a substituir uma unidade de x_2 por duas de x_1.

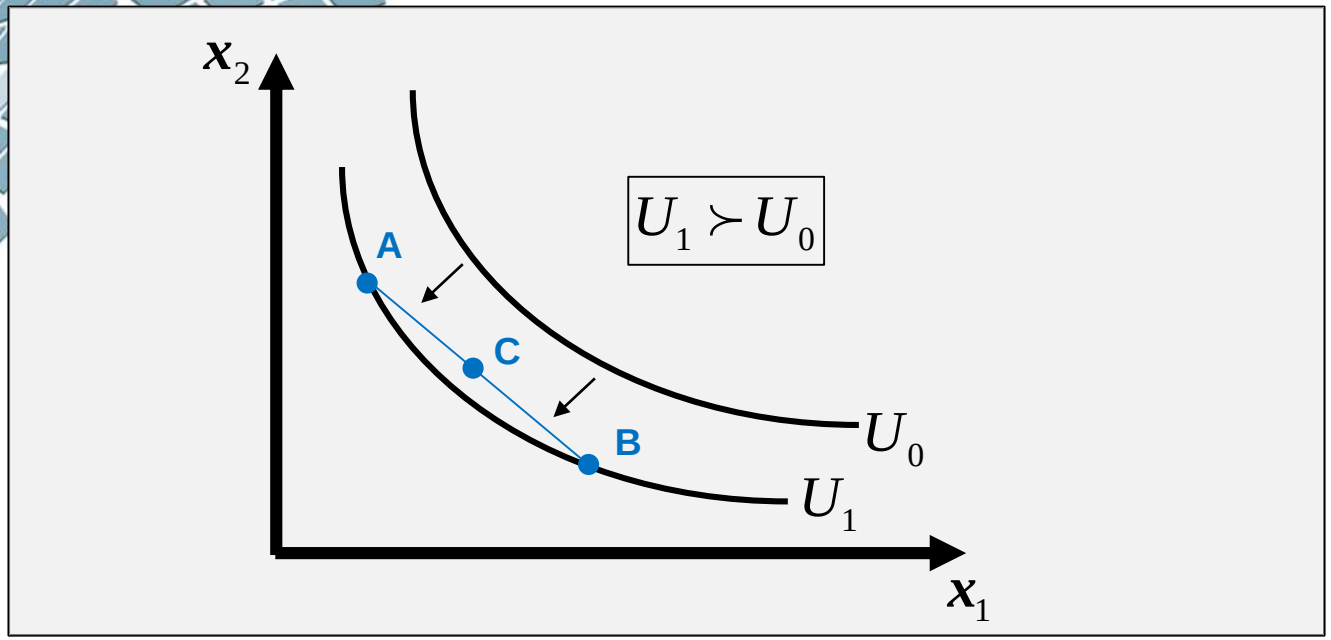


QUESTÃO 02

Com relação à racionalidade das escolhas dos consumidores e seus impactos sobre o nível de bem estar, observa-se que (assinale falso ou verdadeiro):

0) Suponha que o consumidor só pode consumir quantidades não negativas dos bens e possui preferências representadas pela seguinte função utilidade: $U(x_1,x_2) = -x_1x_2$. Pode-se afirmar que as preferências desse consumidor satisfazem às propriedades de monotonicidade e convexidade. **F**

- A função utilidade apresentada no enunciado é o negativo de uma função utilidade Cobb-Douglas.
- Veremos que, nesse caso, as preferências não são monotônicas nem convexas.



- Observe que, nesse caso, a utilidade aumenta quanto menor a quantidade consumida de ambos os bens. Portanto, a função utilidade não apresenta preferências monotônicas.
- No caso de preferências convexas, deveríamos ter que C = λA + (1-λ)B, sendo λ uma constante entre zero e um, deveria ser preferível às cestas A e B. Entretanto, nesse caso, temos que B ≻ C e A ≻ C.

1) Se a Taxa de Dispêndio (medida pela relação entre os respectivos gastos) com a aquisição de 2 bens, em dois momentos no tempo, for superior ao Índice de Preços de Laspeyres, os consumidores se defrontam com uma melhoria do bem estar no final do período. **V**

- Se a Taxa de Dispêndio (medida pela relação entre os respectivos gastos) com a aquisição de 2 bens, em dois momentos no tempo, for superior ao Índice de Preços de Laspeyres, os consumidores se defrontam com uma melhoria do bem estar no final do período.

2) Se o Índice de Quantidade de Laspeyres for inferior à unidade, os consumidores estão em melhor posição (maior utilidade) no período base comparado ao período corrente. **V**

- Se o Índice de Quantidade de Laspeyres for inferior à unidade, os consumidores estão em melhor posição (maior utilidade) no período base comparado ao período corrente.

3) O Excedente do Consumidor corresponde exatamente à medida em unidades monetárias do ganho de utilidade obtido em razão do consumo do bem 1, quando a função utilidade do consumidor é quase-linear em relação ao bem 2. **V**

- O Excedente do Consumidor (diferença entre o preço de reserva e o pago pago pelo bem) corresponde exatamente à medida em unidades monetárias do ganho de utilidade obtido em razão do consumo do bem 1, quando a função utilidade do consumidor é quase-linear em relação ao bem 2.

- Adicionalmente, por se tratar de uma função utilidade quase-linear, o bem estar pode ser medido, exatamente da mesma forma, utilizando os conceitos de variação compensatória ou variação equivalente.

- Sobre esse ponto, veja a questão 2 de 2008.

4) Considerando os impactos de variações dos preços, a Variação Equivalente (VE) é medida pela renda que deve ser transferida ao consumidor para que, aos preços finais, ele alcance a mesma utilidade daquela inicial. **F: Isto é a variação compensatória**

- **Variação Compensatória:**
  - Mede a variação na satisfação do consumidor aos novos preços, levados a u_0. Trata-se do Efeito Substituição.
  - Quanto de renda devo dar ao consumidor para que ele volte a u_0 aos novos preços?

- **Variação Equivalente:**
  - Mede a variação na satisfação do consumidor aos preços antigos, levados a u_1. É como se fosse um “Efeito Substituição diferente”.
  - Quanto de renda devo retirar do consumidor para que ele fique em u_1 aos preços antigos?

QUESTÃO 03

Com relação às escolhas ótimas dos consumidores, constata-se que:

0) Se as preferências do indivíduo estão representadas pela função utilidade $U(x,y) = 2x + y$ e os preços dos bens são $p_x = p_y = 2$, então uma redução de p_x para $p_x = 1$ resulta num Efeito Substituição igual a zero. **V**

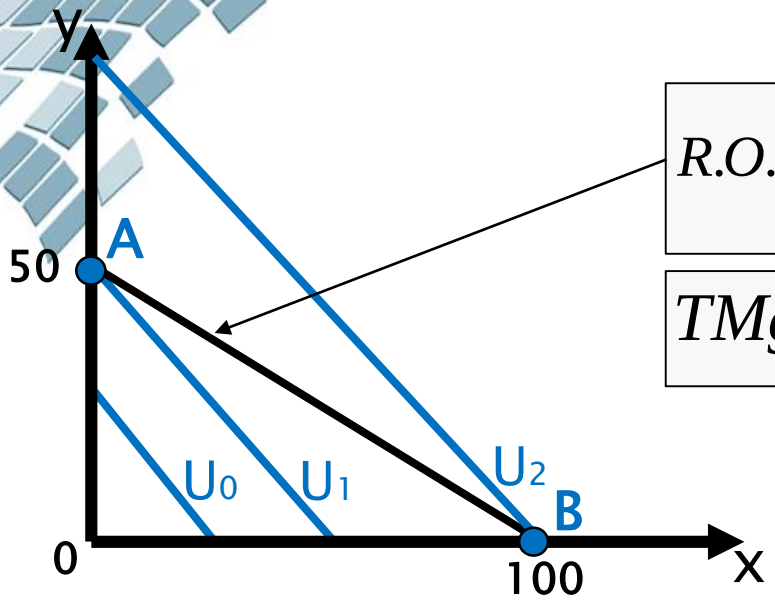
- Nesse caso, temos bens que são substitutos perfeitos, cujo formato genérico da função utilidade é $U(x,y) = \alpha x + \beta y$, onde α e β são parâmetro de proporcionalidade.

- Caso α e β sejam iguais a um: $U_{(y,x)} = y + x$.

- Note que, neste caso, como a TMgS(y,x) é igual a -1, tanto faz possuir 10 unidades de x, 10 de y ou cinco unidades de cada um.
- Logo, o consumidor gastará toda a sua renda adquirindo o bem cujo preço é menor. Caso os preços sejam iguais, ele poderá adquirir qualquer combinação de x e y que respeite a sua restrição orçamentária.

$$\textit{Demandas Marshalianas} \rightarrow \begin{cases} x^* = \dfrac{I}{P_x} \;\; se \;\; P_x < P_y \rightarrow y^* = 0 \\ y^* = \dfrac{I}{P_y} \;\; se \;\; P_x > P_y \rightarrow x^* = 0 \\ (y,x) \in R^2 \;\; / \;\; \left(P_x x + P_y y = I\right) \;\; se \;\; P_x = P_y \end{cases}$$

- Suponha que: $U_{(x,y)} = y + x$, $I = 100$, $P_x = 1$ *e* $P_y = 2$.



$$R.O. \rightarrow y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \Rightarrow y = 50 - \frac{1}{2}x$$

$$TMgS_{(y,x)} = -1$$

- Note que a cesta B(0,100) é preferível à cesta A(50,0)
  - A escolha da cesta B se deve ao fato de que PX < PY , com U(x,y) = y + x .
- Qual seria a escolha do consumidor se duas unidades de x fossem equivalentes a uma unidade de y ?

Generalizando o Exemplo Anterior

- Vimos anteriormente que, caso a TMgS(y,x) seja superior (em módulo) à relação de preços (Px/Py), o consumidor escolherá somente x.
- Suponha que a função utilidade seja dada por $U_{(x,y)} = \alpha x + \beta y$.
  - Neste caso, a escolha depende de α e β, parâmetros que definem a TMgS(y,x) .

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{\alpha}{\beta}$$

Logo

- se $|\alpha/\beta| > |P_x/P_y|$, $x^* = (I/P_x)$ e $y^* = 0$.
- se $|\alpha/\beta| < |P_x/P_y|$, $x^* = 0$ e $y^* = (I/P_y)$.
- se $|\alpha/\beta| = |P_x/P_y|$, o consumidor escolherá qualquer combinação de x e y que respeite a restrição orçamentária.

- Dito de outro modo, caso a taxa marginal de substituição de y por x (inclinação da curva de indiferença) seja maior (em módulo) que a inclinação da restrição orçamentária (relação de preços), o consumidor demandará somente o bem x.

- No caso desse exercício, temos:

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{2}{1} = |2|$$

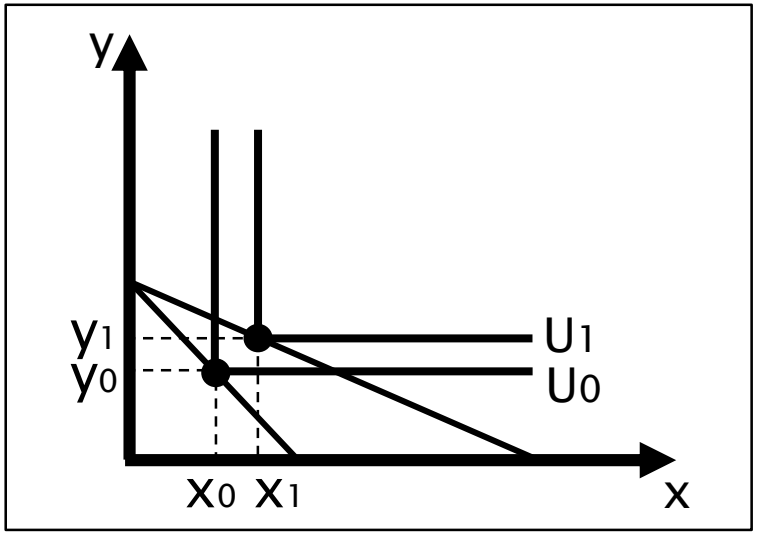
$$Se\ P_x^0 = P_y^0 = 2 \rightarrow \frac{P_x^0}{P_y^0} = |1| < |TMgS_{(y,x)}| \rightarrow x_0^* = \frac{I}{P_x^0}\ e\ y_0^* = 0$$

$$Se\ P_x^1 = 1\ e\ P_y^1 = 2 \rightarrow \frac{P_x^1}{P_y^1} = \left|\frac{1}{2}\right| < |TMgS_{(y,x)}| \rightarrow x_1^* = \frac{I}{P_x^1}\ e\ y_1^* = 0$$

- Logo, a redução do preço do bem 1 não alterou a sua quantidade demandada. Portanto, nesse caso, não temos nem efeito-preço total, nem efeito-renda, nem efeito substituição

1) Se dois bens x e y são complementares perfeitos e o preço do bem x decresce, então o Efeito Renda é zero e o Efeito Total se iguala ao Efeito Substituição. **F**

- Se dois bens são complementares perfeitos não existe substitutibilidade entre eles.
- Nesse caso, uma redução no preço do bem x aumenta a demanda por x e y proporcionalmente, através, somente do efeito-renda.



2) A negatividade do Efeito Substituição decorre diretamente do Axioma Forte da Preferência Revelada. **F**

- O efeito substituição não é necessariamente negativo, mas sim, não positivo.
- Lembre-se do item anterior que acabamos de resolver.

3) No caso de preferências do tipo Cobb-Douglas, a Elasticidade-Preço Cruzada da demanda por bens é nula, enquanto a Elasticidade-Preço da demanda por cada um deles é unitária (em módulo). V

- No caso de uma função utilidade do tipo Cobb-Douglas temos funções de demanda para ambos os bens onde a elasticidade cruzada é igual a zero, a elasticidade renda é unitária e a elasticidade-preço da demanda também é unitária.

- **Elasticidade Preço da Demanda por X:** $x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_x} \Rightarrow x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} IP_x^{-1}$

$$E_{P_X}^X = \frac{\partial X}{\partial P_X} \bullet \frac{P_X}{X} \Rightarrow -\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) IP_x^{-2} \bullet \left[\frac{P_x}{\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) IP_x^{-1}}\right] \Rightarrow -P_x^{-1}P_x \Rightarrow \boxed{E_{P_X}^X = -1}$$

- **Elasticidade Renda da Demanda por X:** $x^* = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_x}$

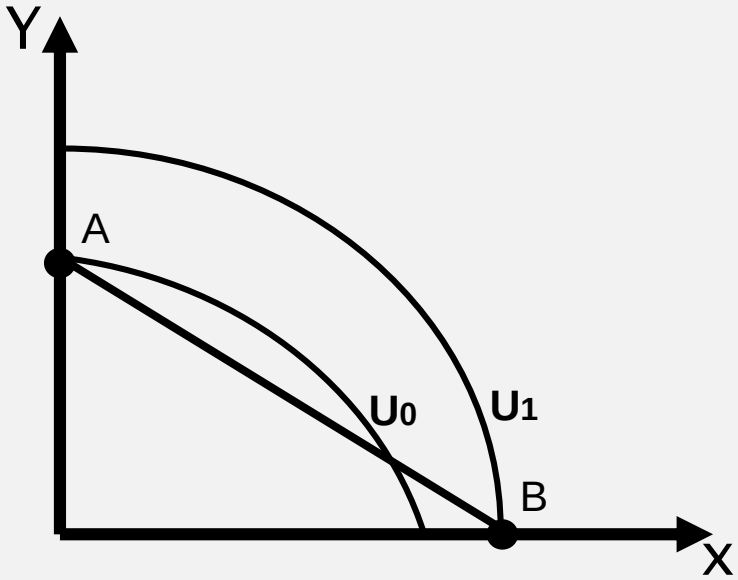
$$E_I^X = \frac{\partial X}{\partial I} \bullet \frac{I}{X} \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\frac{1}{P_x} \bullet \frac{I}{\dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_x}} \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\frac{I}{P_x} \bullet \frac{(\alpha+\beta)P_x}{\alpha I} \Rightarrow \boxed{E_I^X = 1}$$

- **Elasticidade Cruzada da Demanda por X:** $x^* = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_x}$

$$E_{(x,y)}^X = \frac{\partial X}{\partial P_y} \bullet \frac{P_y}{X} \Rightarrow 0 \bullet \frac{P_y}{X} \Rightarrow \boxed{E_{(x,y)}^X = 0}$$

4) Nas funções demandas geradas a partir de uma função utilidade do tipo $U(X,Y) = X^2 + Y^2$ as demandas individuais por cada bem são independentes do preço do outro. **F**

- Nesse caso, temos preferências côncavas, que implicam em especialização no consumo de um bem, dependendo exatamente dos preços.
- Note que, dada a restrição orçamentária, o consumidor poderia escolher a cesta A, obtendo assim um nível de utilidade U_0. Entretanto, a restrição orçamentária permite que ele escolha a cesta B e, com isso, sua utilidade seria correspondente a U_1.



Neste Caso Temos :

$$Se\ P_x = P_y \rightarrow \left(x^*, y^*\right) \in \mathbb{R}_+^2 / R = P_x x + P_y y$$

$$Se\ P_x < P_y \rightarrow x^* = \frac{R}{P_x}\ e\ y^* = 0$$

$$Se\ P_x > P_y \rightarrow x^* = 0\ e\ y^* = \frac{R}{P_y}$$

QUESTÃO 04

No que se refere à teoria da produção, avalie a validade das seguintes afirmações:

0) Se a função de produção de uma empresa é dada por $F(L,K) = L + \sqrt{LK}$ então a empresa opera com rendimentos de escala decrescentes. **F**

- Para sabermos se uma FDP apresenta se rendimentos decrescentes, constantes ou crescentes de escala, multiplicamos ambos os fatores de produção rivais por uma constante arbitrária λ e observamos o resultado sobre o produto.

$$F(\lambda L, \lambda K) = \lambda L + \sqrt{\lambda L \lambda K} \rightarrow \lambda L + \lambda\sqrt{LK} \rightarrow \lambda\left(L + \sqrt{LK}\right) \rightarrow \boxed{\lambda F(L,K)}$$

- Logo, ao aumentarmos ambos os fatores de produção em $\lambda\%$ o produto aumentará $\lambda\%$. Portanto, temos rendimentos constantes de escala.

1) Se uma empresa opera com economias de escala, então seu custo médio é decrescente e maior que seu custo marginal. **V**

- **Elasticidade Escala**
  - Mede a variação proporcional na produção dada uma expansão de todos os insumos na mesma proporção.

$$E_E = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta \lambda}{\lambda}}$$

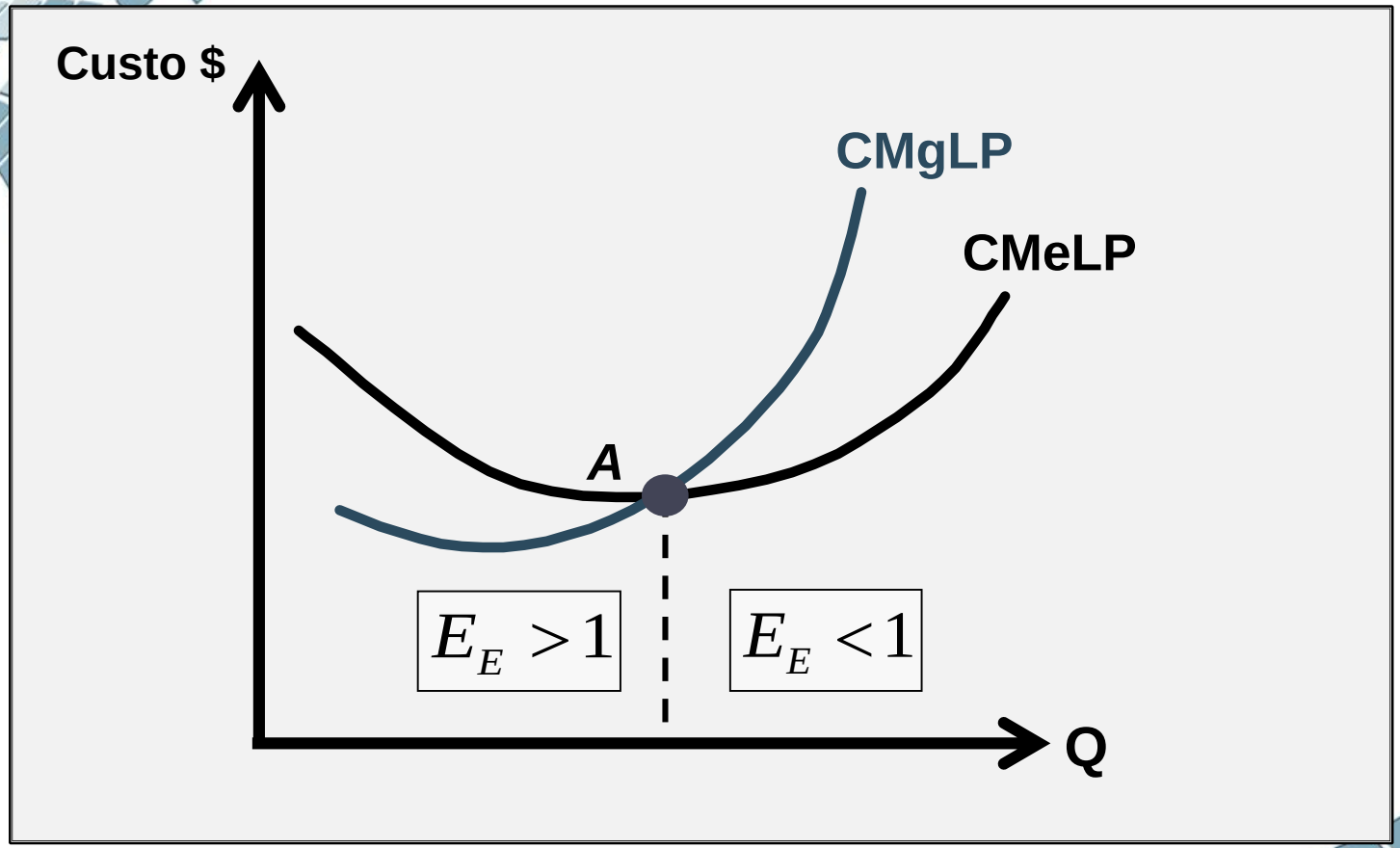
Variação proporcional na escala de produção

$E_E > 1$: **rendimentos crescentes de escala → $CTMe_{LP}\downarrow$**

$E_E < 1$: **rendimentos decrescentes de escala → $CTMe_{LP}\uparrow$**

$E_E = 1$: **rendimentos constantes de escala → $\overline{CTMe_{LP}}$**

Custo Médio e Custo Marginal no Longo Prazo



2) Se a função de produção de uma firma é dada por $F(L,K) = L\sqrt{K}$ e os mercados de fatores são competitivos, então a mesma opera com custos marginais decrescentes. **V**

- Primeiramente, observe que essa FDP apresenta retornos crescentes de escala:

$$F(L,K) = L\sqrt{K} \rightarrow F(L,K) = LK^{0,5}$$

$$F(\lambda L, \lambda K) = (\lambda L)(\lambda K)^{0,5} \rightarrow \lambda^{1,5} F(L,K)$$

- Portanto, a curva de custo médio de longo prazo é sempre decrescente e, consequentemente, a curva de custo marginal também será decrescente.

3) Uma função de produção Cobb-Douglas apresenta uma Elasticidade- Substituição de Fatores decrescente. **F**

- A elasticidade de substituição é uma medida que pode nos ajudar a descrever a oportunidade de substituição entre os fatores de produção.
- Ela nos mostra a variação percentual na relação capital/trabalho induzida por uma mudança de 1 ponto percentual na taxa marginal de substituição técnica, ao longo de uma isoquanta.
- Veremos que, no caso de uma FDP Cobb-Douglas, a elasticidade de substituição é constante e igual a 1.

$$Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

$$TMgS^{T}_{(K,L)} = \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{\beta AK^{\alpha}L^{\beta-1}}{\alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta}} \Rightarrow TMgS^{T}_{(K,L)} = \frac{\beta}{\alpha}\frac{K}{L}$$

$$\left(\frac{K}{L}\right) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \bullet TMgS^{T}_{(K,L)}. \quad Aplicando\ log$$

$$\ln\left(\frac{K}{L}\right) = \ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) + \ln TMgS^{T}_{(K,L)}$$

$$\sigma = \frac{d\ln\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ln TMgS^{T}_{(K,L)}} = 1$$

Logo, uma Cobb-Douglas possui elasticidade de substituição constante, igual a 1.

4) Uma empresa cuja função custo total é dada por CT(Q)= 5Q + 7 opera com economias de escala. **V**

- Vimos anteriormente que, caso o CTMeLP seja decrescente isto implica na existência de retornos crescentes de escala.
- Para a FDP em questão, temos:

$$CT(Q) = 5Q + 7 \rightarrow CTMe = \frac{CT}{Q} \rightarrow CTMe = \frac{5Q + 7}{Q} \rightarrow$$

$$CTMe = 5 + \frac{7}{Q} : Logo, \ quando \ Q \uparrow \rightarrow CTMe \downarrow$$

- Logo, nesse caso, temos retornos crescentes de escala (economias de escala).

QUESTÃO 05

Sobre a Teoria da Utilidade Esperada, assinale Falso ou Verdadeiro nas afirmativas abaixo:

0) Suponha a seguinte função utilidade que representa as preferências dos indivíduos sobre loterias monetárias: $U(W) = a + bW + cW^{1/2}$, em que *W* é o nível de riqueza do indivíduo, e *a*, *b* e *c* são parâmetros. Nesse caso, pode-se afirmar que o indivíduo é mais avesso ao risco quanto mais elevada for sua riqueza *W*. **F**

- Existem duas definições de aversão ao risco: absoluta e relativa**.**

  - **Aversão Absoluta ao Risco**

  - Caso a riqueza do indivíduo aumente, ele aplicará mais ou menos em ativos de risco ?

    - Se o volume aumentar (valor absoluto), diz-se que o investidor possui aversão absoluta ao risco decrescente.

    - Se o volume permanecer inalterado (valor absoluto), diz-se que o investidor possui aversão absoluta ao risco constante.

    - Se o volume diminuir (valor absoluto), diz-se que o investidor possui aversão absoluta ao risco crescente.

- O economistas Kenneth Arrow e John W. Pratt demonstraram que os resultados anteriores podem ser resumidos em uma formula matemática denominada coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt.

$$R_A(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}$$

- Aversão Absoluta ao Risco Decrescente $\Rightarrow R_A'(W) < 0$
- Aversão Absoluta ao Risco Constante $\Rightarrow R_A'(W) = 0$
- Aversão Absoluta ao Risco Crescente $\Rightarrow R_A'(W) > 0$

- **Aversão Relativa ao Risco**
- Outra forma para se caracterizar a aversão ao risco é observar como a porcentagem da riqueza do indivíduo aplicada em ativos de risco varia com o total da riqueza.
- Suponha que a riqueza do indivíduo dobre:
  - se ele mantém o mesmo percentual da riqueza aplicado em ativos de risco, diz-se que ele possui aversão relativa constante ao risco;
  - se ele aumenta o percentual da riqueza aplicado em ativos de risco, diz-se que ele possui aversão relativa decrescente ao risco;
  - se ele diminui o percentual da riqueza aplicado em ativos de risco, diz-se que ele possui aversão relativa crescente ao risco.

- Mais uma vez, Arrow e Pratt demonstraram que o resultado anterior pode ser resumido através da seguinte expressão matemática, que calcula o coeficiente de aversão relativa ao risco.

$$R_R(W) = -W\frac{U''(W)}{U'(W)} = -W \bullet R_A(W)$$

- Aversão Relativa ao Risco Decrescente $\Rightarrow R_R'(W) < 0$
- Aversão Relativa ao Risco Constante $\Rightarrow R_R'(W) = 0$
- Aversão Relativa ao Risco Crescente $\Rightarrow R_R'(W) > 0$

- Dada a função utilidade $U(W) = a + bW + cW^{1/2}$, temos:

$$R_A(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)} \quad e \quad R_R(W) = -W\frac{U''(W)}{U'(W)} = -W \bullet R_A(W)$$

$$Logo, \ temos: U'(W) = b + \frac{c}{2}W^{-\frac{1}{2}} \ e \ U''(W) = -\frac{c}{4}W^{-\frac{3}{2}}$$

$$R_R(W) = -W\frac{-\frac{c}{4}W^{-\frac{3}{2}}}{b + \frac{c}{2}W^{-\frac{1}{2}}} \rightarrow R_R(W) = \frac{c/4}{\frac{b}{W^{-\frac{1}{2}}} + \frac{c}{2}} \quad e$$

$$R_A(W) = \frac{-\frac{c}{4}W^{-\frac{3}{2}}}{b + \frac{c}{2}W^{-\frac{1}{2}}}$$

- Os dois coeficientes são claramente decrescentes em relação a *W*. Logo, independentemente de considerar-se a aversão relativa ou a aversão absoluta ao risco, o indivíduo é tanto *menos* avesso ao risco quanto mais elevada for a sua riqueza.

1) Suponha um modelo de escolha sob incerteza no qual existem dois estados da natureza com probabilidade *p e (1-p)* de ocorrerem e mercados completos de ativos. Especificamente, suponha que existam dois ativos contingentes do tipo $A_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $A_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Nesse caso, a razão dos preços relativos desses ativos é exatamente igual à razão das probabilidades de ocorrência dos estados da natureza. ~~V~~ → **F**

- O enunciado não é muito claro.
- Suponha uma economia com um único bem.
- O ativo A_1 paga uma unidade desse bem caso o estado de natureza 1 ocorra e nada caso ocorra o estado de natureza 2.
- O ativo A_2, ao contrário, não paga nada caso ocorra o estado de natureza 1 e paga uma unidade do bem caso o estado de natureza 2 ocorra.
  - Nesse caso, temos efetivamente mercados completos.
- Um agente pode construir qualquer cesta de consumo contingente possível nessa economia a partir dos ativos A_1 e A_2:
  - Caso queira por exemplo, consumir uma quantidade x_1 do bem caso o estado de natureza 1 ocorra e consumir uma quantidade x_2 caso o estado de natureza 2 ocorra, basta que ele tenha x_1 unidades do ativo A_1 e x_2 unidades do ativo A_2.

Hipóteses

a) Todos agentes atribuem a mesma probabilidade *p* de que o estado de natureza 1 ocorra e, portanto, a mesma probabilidade 1 − *p* de que ocorra o estado de natureza 2.

b) Para cada agente, o único fator relevante para seu bem estar é a quantidade consumida do único bem, independentemente do estado de natureza, isto é, ele considera igualmente bom ter acesso a uma quantidade *x* do único bem no estado de natureza 1 ou ter acessa a mesma quantidade do bem no estado de natureza 2.
   - Assim, caso tenha x_1 unidades do ativo A_1 e x_2 unidades do ativo A_2, isso equivale para ele a ter uma loteria que paga x_1 com probabilidade *p* e x_2 com probabilidade 1− *p*.

c) Todos os agentes tem aversão ao risco e preferências que podem ser representada por uma função de utilidade de von Neumann-Morgenstern, sendo que a função de utilidade do agente *i* é denotada por $u_i(x)$.
   - Desse modo, caso tenha x_1 unidades do ativo A_1 e x_2 unidades do ativo A_2, a utilidade do agente *i* será $U_i^E = pu_i\left(x_1\right)+\left(1-p\right)u_i\left(x_2\right)$.

- Seja q o preço relativo do ativo A_1 em relação ao ativo A_2. Diante desses preços, cada agente deverá demandar as quantidades de cada ativo de modo a igualar, em módulo, sua taxa marginal de substituição a esse preço relativo:

$$\frac{\frac{\partial U_i^E}{\partial x_1}}{\frac{\partial U_i^E}{\partial x_1}} = q \rightarrow \frac{p}{1-p}\frac{u_i^{'}(x_1)}{u_i^{'}(x_2)} = q$$

- Assuma agora que, que a razão entre os preços dos ativos, q, seja igual a razão entre as probabilidades de ocorrência dos estados de natureza, $p/(1-p)$. Nesse caso, a condição de equilíbrio acima se reduz a:

$$u_i^{'}(x_1) = u_i^{'}(x_2)$$

- Como os agentes são avessos ao risco *as* utilidades devem deve ser estritamente decrescentes, o que implica que a igualdade anterior só ocorre caso $x_1 = x_2$.
- Concluímos, portanto que, caso o preço relativo dos ativos seja igual à razão entre as probabilidades de ocorrência dos estados de natureza, os agentes irão demandar quantidades iguais de cada um dos ativos.
- Em outras palavras, eles irão segurar-se completamente.
  - Para que isso constitua efetivamente um equilíbrio, é necessário que os dois ativos sejam também ofertados em quantidades iguais.
  - Nada garante que isso ocorra.
  - Assim, o enunciado só seria correto caso introduzisse a hipótese de que os dois ativos são ofertados em quantidades iguais.

2) Em modelos de escolha de seguros de automóvel com prêmio de risco atuarialmente justo, indivíduos avessos ao risco sempre escolhem fazer seguro total. **V**

- Por definição, o prêmio de seguro atuarialmente justo é aquele que não afeta o valor esperado da riqueza do segurado, independentemente do valor segurado. Assim, se o indivíduo segura todo o valor em risco, ele passa a uma situação em que seguramente ficará com a riqueza igual a sua riqueza esperada caso não faça seguro.
- Qualquer outro valor segurado fará com que ele fique em uma loteria com a mesma riqueza esperada, porém com algum nível de risco.
- Como indivíduos avessos ao risco aceitam qualquer redução de risco que não implique perda de valor esperado, podemos concluir que indivíduos avessos ao risco segurarão todo valor em risco caso o prêmio de seguro seja atuarialmente justo.

3) A função de utilidade esperada é invariante a qualquer transformação monotônica crescente. **F**

- Nenhuma função é invariante a qualquer transformação. Por definição, uma transformação é algo que altera ou faz variar.
- Ainda que se interprete que o enunciado realmente queria dizer que “a propriedade de utilidade esperada de uma função de utilidade não é afetada por qualquer transformação monotônica crescente”, a afirmação cotinuaria falsa, pois sabemos que apenas as transformações monotônicas afim não afetam a propriedade de utilidade esperada de uma função de utilidade.

4) O grau de aversão ao risco dos indivíduos pode ser medido pelo seu equivalente de certeza. Quanto mais avesso ao risco é o indivíduo maior é o equivalente de certeza. **F**

- Quanto mais avesso ao risco for o indivíduo, maior será o seu prêmio de risco.
- O equivalente de certeza seria o montante fixo mínimo da renda pelo qual o consumidor troca a situação incerta pela certa.

QUESTÃO 06

Sobre a Teoria da Produção analise as afirmativas abaixo:

0) Se uma firma apresenta função de produção dada por $f(z) = z_1 + z_2$, em que z_1 e z_2 são, respectivamente, a quantidade utilizada do insumo 1 e 2, então a função custo será dada por $C(w,q) = \min\{w_1, w_2\} \bullet q$, em que w_1 e w_2 são, respectivamente, os preços do insumo 1 e 2, e q é a quantidade produzida. V

- Dado que os fatores de produção são substitutos perfeitos, a firma utilizará o insumo mais barato, relativamente à sua produtividade.
- Logo, a função de custo será dada por:

$$Q = \alpha z_1 + \beta z_2 \longrightarrow CT = \min\left\{\frac{w_1}{\alpha}, \frac{w_2}{\beta}\right\} Q$$

1) A função de produção indica a menor quantidade de produto que pode ser obtida a partir de determinada quantidade de insumos. **F**

- A função de produção é a fronteira do conjunto de possibilidades de produção, logo, indica a **maior** quantidade de produto que pode ser obtida através da combinação dos insumos.

2) Se uma firma apresenta tecnologia de produção com rendimentos constantes de escala, então ela não poderá apresentar produto marginal decrescente para cada fator. **F**

- Por exemplo, seja a tecnologia de produção representada por uma função de produção do tipo Cobb-Douglas $Q = AK^{\alpha}L^{\beta}$:

$Se\ Q = AK^{0,6}L^{0,6} \rightarrow$ Rendimentos crescentes de escala ($(\alpha+\beta) > 1$), mas ambas as PMgs positivas e decrescentes.

3) Se uma empresa apresenta tecnologia de produção representada por uma função Cobb-Douglas, $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$, sendo *a* e *b* parâmetros, então ela apresentará rendimentos constantes de escala. **F**

- **Isto ocorre, somente se (a + b) = 1**.

- **Rendimentos de Escala**
  - Multiplique os fatores de produção não-rivais por uma constante arbitrária e observe o resultado.

$$Q = A(\lambda x_1)^a (\lambda x_2)^b \Rightarrow \left[A x_1^a x_2^b \right] \lambda^{a+b} \Rightarrow Q\lambda^{a+b}$$

- Logo:
  - Se (a + b) = 1 $\Rightarrow$ Rendimentos Constantes de Escala
  - Se (a + b) > 1 $\Rightarrow$ Rendimentos Crescentes de Escala
  - Se (a + b) < 1 $\Rightarrow$ Rendimentos Decrescentes de Escala

4) Na função de produção $f(z) = \min\{z_1, z_2\}$, a demanda condicional do fator z_1 será igual a demanda condicional do fator z_2 . **V**

- Note que os fatores de produção são complementos perfeitos, utilizados na mesma proporção.

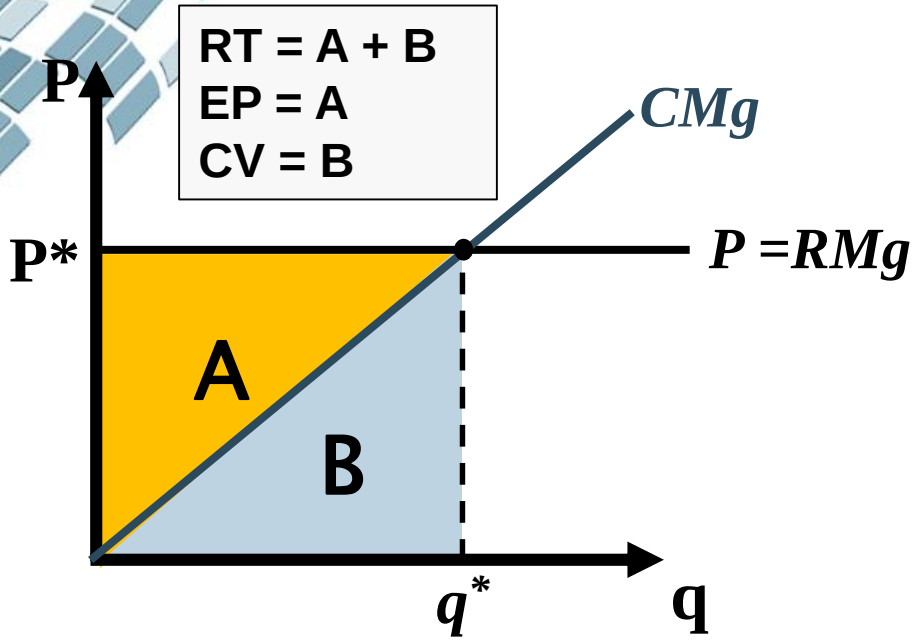
QUESTÃO 07

No que se refere ao equilíbrio de mercados competitivos:

0) Em um mercado competitivo que opera com “custos crescentes” no longo prazo e livre entrada/saída, o preço de equilíbrio é independente da demanda do mercado. **V**

- Supondo que a questão se refira aos preços da firma:
- Quando os *insumos adicionais*, para a obtenção de um nível mais elevado de produção, são adquiridos *com aumento no preço* deste insumo, diz-se que o mercado competitivo opera com custos crescentes.
- Neste caso, como a estrutura de custos da empresa aumenta, a curva de oferta da indústria de LP e ascendente.
- Logo, no final do processo de ajuste, mais firmas produzirão uma quantidade total maior (ainda que menos do que se os custos fossem constantes) a um preço maior.

1) Na existência de custos fixos positivos, o “excedente do produtor” é sempre superior ao lucro total da firma. **V**



No curto prazo temos:

EP = RT – CV

LT = RT – CT = RT – CV – CF

Logo, LT = EP – CF → EP = LT + CF

RT - CV

2) Se os Custos Totais de uma firma competitiva são dados por $C(Q) = 2Q^3 - 12Q^2 + 38Q$ e o preço de equilíbrio do mercado é dado por P = 20, então a empresa deve produzir Q = 1. **F**

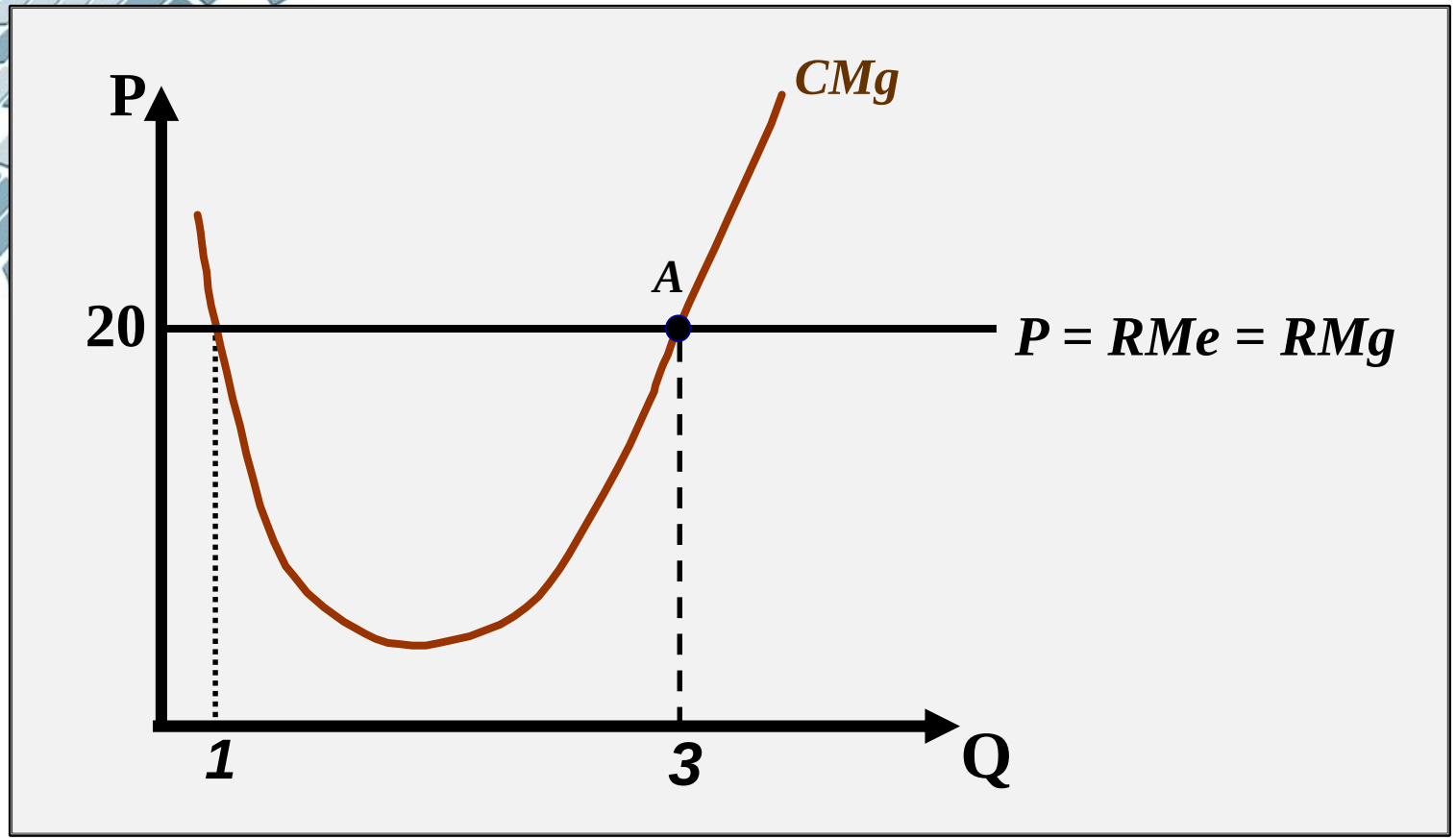
$$Máx.Lucro \rightarrow P = CMg$$

$$CT = 2Q^3 - 12Q^2 + 38Q \rightarrow CMg = 6Q^2 - 24Q + 38$$

$$P = CMg \rightarrow 20 = 6Q^2 - 24Q + 38 \rightarrow 6Q^2 - 24Q + 18 = 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \bullet 6 \bullet 18}}{2 \bullet 6} \rightarrow Q_1 = 1 \ e \ Q_2 = 3$$

- Logo, a maximização de lucros ocorrerá com a firma produzindo 3 unidades.


P
CMg
A
20
P = RMe = RMg
1
3
Q

3) Se a função de produção da firma é dada por $Q = f(L,K) = \left(L\left(K-2\right)\right)^{1/3}$, então a oferta agregada da indústria, supondo que a mesma opere com 10 empresas, é dada por S(p) = (1/36)p², sendo p o preço do produto. **F**

- Primeiramente, devemos resolver o problema de otimização da firma.

$$Equilíbrio \rightarrow \frac{PMgL}{PMgK} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{PMgL}{PMgK} \rightarrow \frac{\frac{1}{3}L^{-\frac{2}{3}}\left(K-2\right)^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}L^{\frac{1}{3}}\left(K-2\right)^{-\frac{2}{3}}} = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{\left(K-2\right)}{L} = \frac{w}{r} \rightarrow L = \frac{r}{w}\left(K-2\right)\ \left(I\right)$$

$$CT = wL + rK \rightarrow CT = w\left(\frac{r}{w}\left(K-2\right)\right) + rK \rightarrow CT = 2r\left(K-1\right) \rightarrow$$

$$K^* = \frac{CT + 2r}{2r} \quad \left(II\right)$$

Substituindo $\left(II\right)$ *em* $\left(I\right)$: $L^* = \frac{CT - 2r}{2r}$

- Portanto, a quantidade ótima a ser produzida é igual a:

$$Q^* = \left(\frac{CT-2r}{2r}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{CT-2r}{2r}\right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow CT = Q^{\frac{3}{2}}\left[2wr\right]^{\frac{1}{2}} + 2r$$

- Como todas as firmas são idênticas, a oferta de mercado será dada por:

$$S(P) \rightarrow Q = \sum_{i=1}^{10} Q_i = 10Q_i$$

- Já o CMg é dado por:

$$CT = Q^{\frac{3}{2}}\left[2wr\right]^{\frac{1}{2}} + 2r \rightarrow \boxed{CMg = \frac{dCT}{Q} = \frac{3}{2}Q_i^{-\frac{1}{2}}\left[2wr\right]^{\frac{1}{2}}}$$

- Finalmente, em equilíbrio, devemos ter P = CMg:

$$\frac{3}{2}Q_i^{-\frac{1}{2}}\left[2wr\right]^{\frac{1}{2}} = P \rightarrow \boxed{S(P) = Q = 10\left(\frac{2P}{3(2wr)^{\frac{1}{2}}}\right)^2}$$

4) Se o produtor apresenta as seguintes escolhas (Y, L e K), em termos de preços do bem (Py) e dos fatores (Pl e Pk), em dois momentos no tempo (t e s), então as escolhas apresentadas na tabela abaixo não satisfazem o Axioma Fraco da Rentabilidade Revelada. **F**

Momento	Y	L	K	Py	Pl	Pk
T	5	4	4	10	2	3
S	4	2	2	8	4	5

- Este problema deve ser resolvido como se fosse o axioma fraco da preferência revelada, notando que o autor da questão fez uma analogia para o caso da firma. Por isso ele trocou “preferência” por “rentabilidade”. Mas a forma de raciocinar e exatamente igual, como pode ser visto abaixo:

- No tempo t: o valor de venda do bem será (Y x Py) = 5 x 10 = 50
- No tempo t: o custo dos fatores será (LP_L + KP_K) = (4x2) + (4x3) = 20

- No tempo s: o valor de venda do bem será (Y x Py) = 4 x 8 = 32
- No tempo s: o custo dos fatores será (LP_L +KP_K) = (2x4) + (2x5) = 18

- No tempo t: a restrição da firma será: 20 = 2L + 3K
- No tempo s: a restrição da firma será: 18 = 4L + 5K

- Repare que no espaço K x L, a restrição no tempo t é toda ela maior (sem cruzar) a restrição no tempo s.
- Isto quer dizer que qualquer cesta escolhida em s pode ser comprada em t, sem ambiguidade.
- Assim, as escolhas da tabela não violam o axioma fraco da *rentabilidade* revelada.

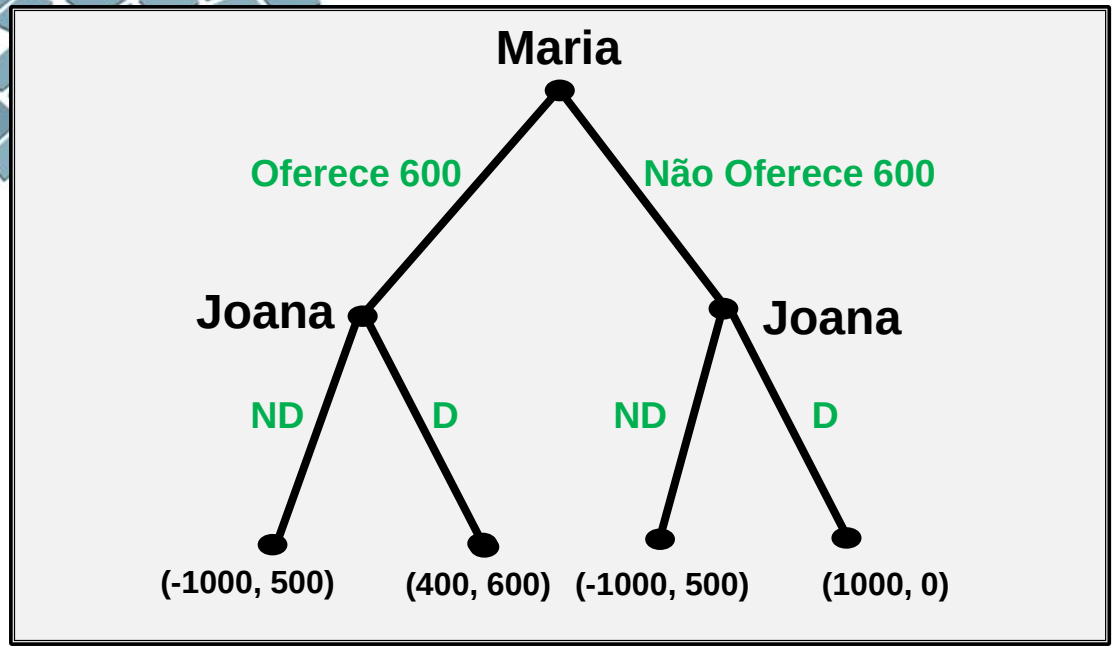
QUESTÃO 08

Avalie as seguintes situações representadas por meio do instrumental da Teoria dos Jogos:

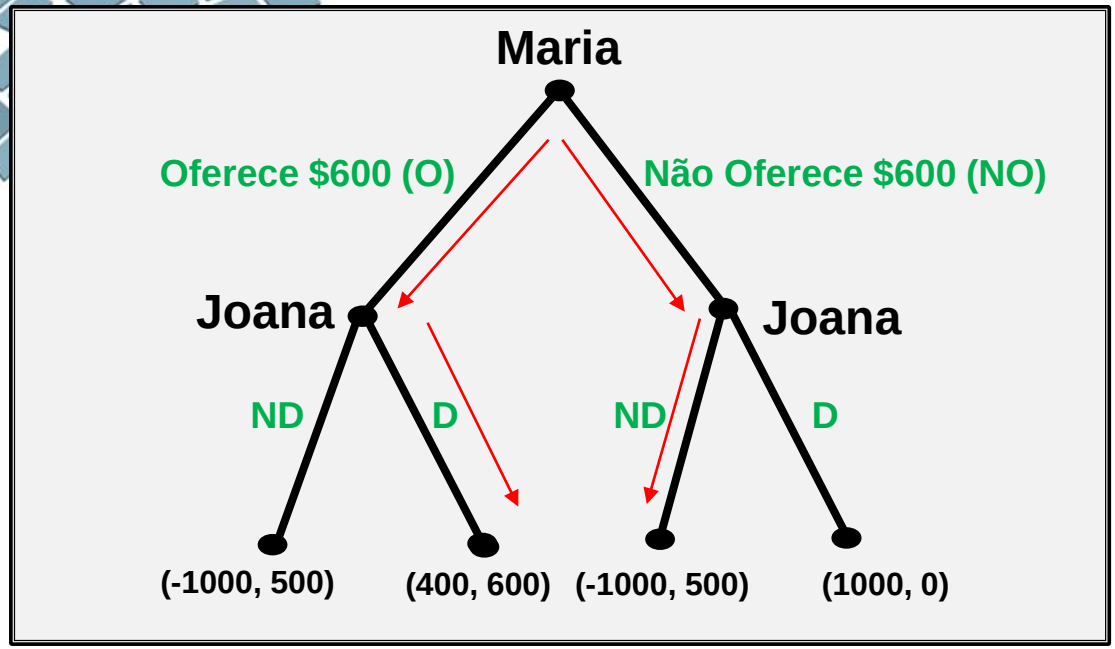
0) Em um jogo sequencial que representa uma situação genérica de duopólio, a seleção da estratégia ótima pela firma que comanda o jogo necessariamente conduz a um equilíbrio semelhante ao de Cournot. **F**

- O equilíbrio de Cournot é obtido em um jogo de decisões simultâneas.
- Se o jogo é sequencial, não há como afirmar que haverá semelhanças entre o equilíbrio desse jogo e o de Cournot.

1) Maria perdeu uma carteira com $ 500 em dinheiro e $ 500 em outros valores pessoais (fotos, cartas, etc). Para tentar reaver sua carteira, Maria tem duas alternativas: (1a) oferecer uma recompensa de $ 600; (2a) aguardar a devolução sem oferecer qualquer recompensa. Por outro lado, Joana, que achou a carteira perdida, também se defronta com duas alternativas: (1b) manter a carteira com ela; (2b) devolver a carteira para a sua dona. Dadas estas circunstâncias, observa-se que o equilíbrio perfeito em sub-jogos não é eficiente. **F**



- Alternativas de Maria (perdeu $500) em dinheiro e $500 em “valores Pessoais”.
  i. oferecer uma recompensa de $ 600.
  ii. aguardar a devolução sem oferecer qualquer recompensa.



- Logo, temos dois equilíbrios de Nash {O,D} e {NO,ND}.
- Entretanto, por se tratar de um jogo sequencial, onde Maria joga primeiro, observe que, caso ela jogue {O}, seu *payoff* será maior.
  - Logo o ENPS é {400,600}.
- Note que trata-se de um equilíbrio eficiente no sentido de Pareto; não há como Melhorar a situação de qualquer uma das duas (Maria ou Joana).

2) Suponha que as empresas A e B vendam produtos concorrentes e estejam avaliando o retorno oferecido por diferentes canais alternativos para divulgação de seus produtos. O Quadro 1 abaixo representa estas alternativas na matriz de um jogo, em que os *pay-offs* representam os percentuais de participação de mercado ganhos (valores positivos) ou perdidos (valores negativos) pela firma A. Considere o tamanho do mercado constante e que apenas estas empresas operem neste mercado. Neste caso, observa-se que o jogo não tem uma solução de equilíbrio baseada em "estratégias puras". **F**

Quadro 1

A \ B	B1	B2	B3	B4
A1	7 -7	-3 3	8 -8	-4 4
A2	5 -5	4 -4	5 -5	7 -7
A3	-3 3	3 -3	-10 10	4 -4

3) Um jogo simultâneo que apresenta múltiplos equilíbrios não apresenta uma solução de equilíbrio em sua forma sequencial. **F**

- **Jogo: Batalha dos Sexos**
- Imagine que **J1 = Ela** e **J2 = ele** e que as escolhas sejam (A,a) ir ao shopping e (B,b) ir ao futebol.

		Jogador 2	
		a	b
Jogador 1	A	(3 , 2)	(0 , 0)
	B	(0 , 0)	(2 , 3)

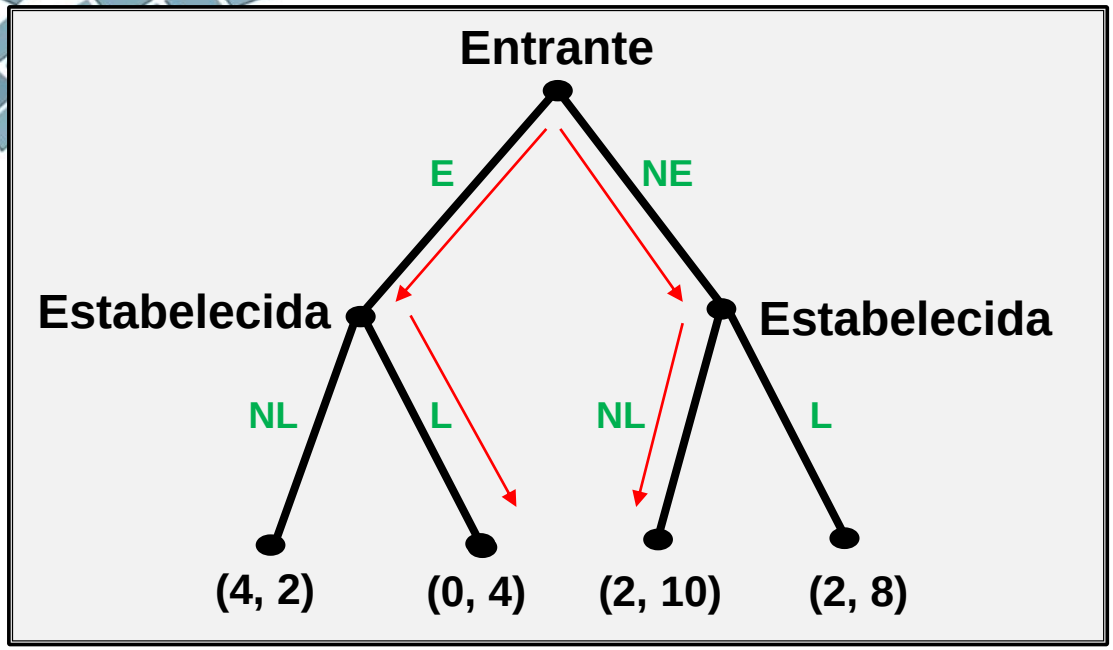
Nesse tipo de jogo sempre existem dois equilíbrios de Nash com estratégias puras (Aa) e (Bb), eficientes no sentido de Pareto e um com estratégias mistas: Ela; shopping 3/5 e futebol 2/5 e ele; shopping 2/5 e futebol 3/5.

- Logo, temos dois equilíbrios de Nash quando o jogo é simultâneo.
- Caso o jogo fosse sequencial, com **J1** jogando primeiro, o equilíbrio seria {3,2}, com **J1** obtendo o maior *payoff*.

4) Uma firma avalia a possibilidade de entrada em determinado mercado a partir da expectativa de reação da firma estabelecida, conforme ilustrado pelo Quadro 2 abaixo. Nestas condições, há evidências de que a possibilidade de retaliação (ou "luta") constitui uma ameaça crível. **V**

Quadro 2

Entrante \ Estabelecida	Luta	Não Luta
Entra	0,4	4,2
Não Entra	2,8	2,10



- Observe que, caso a Entrante “entre”, ela terá um payoff de zero. Caso ela “não entre”, seu *payoff* será 2.
- Nesse caso, a ameaça de lutar é tão crível, que a entrante prefere não entrar.

QUESTÃO 09

Duas empresas operam no mercado de iogurtes, podendo optar entre produzir um iogurte de alta qualidade (A) ou um iogurte de baixa qualidade (B). As escolhas das firmas são simultâneas. Os lucros resultantes de cada estratégia encontram-se apresentados na matriz de *pay-off* a seguir:

		Empresa 2	
		Baixa	*Alta*
Empresa 1	*Baixa*	–10, –25	600, 300
	Alta	90, 500	40, 40

- Primeiramente, vamos calcular os equilíbrios de Nash em estratégias puras para o jogo abaixo.

		Empresa 2	
		Baixa	*Alta*
Empresa 1	*Baixa*	–10, –25	600, 300
	Alta	90, 500	40, 40

- **Logo, temos:**
- Dois equilíbrios de Nash em estratégias puras.
- Nenhum dos jogadores possui estratégia dominante.
  - E_2 joga “alta” caso E_1 jogue “baixa” e joga “baixa” caso E_1 jogue “alta”.
  - E_1 joga “alta” caso E_2 jogue “baixa” e joga “baixa” caso E_2 jogue “alta”.

É correto afirmar que:

0) Existe apenas um equilíbrio de Nash possível nesse jogo. **F**

- Como vimos, em estratégias puras, o jogo possui dois equilíbrio de Nash.

4) Trata-se de um jogo de informação imperfeita. **V**

- Informação perfeita denota situação na qual os jogadores conhecem as escolhas prévias dos demais jogadores. Isso só pode ocorrer em um jogo sequencial. Como o jogo em questão é simultâneo, não temos o caso de informação perfeita.

1) Se ambas as empresas optassem por uma estratégia *maxmin*, o equilíbrio seria *(Alta, Alta)*. **V**

		Empresa 2: *Baixa*	Empresa 2: *Alta*
Empresa 1	*Baixa*	–10, –25	600, 300
	Alta	90, 500	40, 40

- A estratégia *maximin* consiste em minimizar as possíveis perdas. Portanto, consiste em escolher o maior mínimo resultado.
  - Escolher “alta” resulta no maior mínimo resultado para a empresa 1 visto que, com a escolha dessa estratégia seu pior resultado é um ganho igual a 40 e, caso ela escolhesse a estratégia “baixa”, seu pior resultado seria −10.
  - Escolher “alta” também maximiza o pior resultado para a empresa 2, visto que, com essa estratégia seu pior resultado é um ganho de 40 e caso, escolha “baixa”, seu pior resultado seria −25.

2) Num equilíbrio de conluio, a Empresa 1 produzirá iogurte de baixa qualidade e a Empresa 2 produzirá iogurte de alta qualidade. **V**

- No conluio a estratégia consiste em obter a maior soma dos *payoffs* possível. Neste caso é a estratégia (baixa, alta) = (600, 300).

3) O jogo acima é do tipo Dilema dos Prisioneiros. **F**

- Um jogo do tipo dilema dos prisioneiros é um jogo no qual os dois jogadores tem estratégias dominantes e o equilíbrio de Nash, que ocorre quando os dois jogadores jogam suas estratégias dominantes, é Pareto dominado por um possível resultado que não configura equilíbrio.
- No presente caso, não há estratégias dominantes e nenhum dos equilíbrios de Nash em estratégias puras é Pareto dominado por qualquer outro possível resultado do Jogo.

QUESTÃO 10

Um trabalhador pode realizar dois níveis de esforço quando contratado por uma fábrica, alto ou baixo. A probabilidade de ocorrerem erros de produção é condicional ao nível de esforço do trabalhador. Se o trabalhador realiza o esforço alto a probabilidade de erro é 0,25 e se o trabalhador realiza o esforço baixo a probabilidade de erro se eleva para 0,75. A função de utilidade do trabalhador é dada por: $U(w,e) = 100 - (10/w) - e$, em que w é o salário do trabalhador e e o nível de esforço, que assume o valor $e = 2$, no caso do trabalhador realizar o esforço alto, e $e = 0$ no caso do trabalhador realizar esforço baixo. A única oportunidade de trabalho existente no mercado é dada por este posto na fábrica. O valor do produto depende de seu estado, ou seja, se o produto estiver perfeito o fabricante consegue vendê-lo a R$ 20,00 a unidade e se o produto apresentar algum defeito, devido aos erros de produção, o produto não é vendido e, portanto, seu valor é zero. Sabendo que o fabricante é neutro ao risco e maximiza o lucro esperado conhecendo as restrições do trabalhador, assinale falso ou verdadeiro:

- Se o objetivo do fabricante for induzir o trabalhador a exercer o esforço baixo, basta que seja oferecido a ele um salário fixo que satisfaça a sua restrição de participação, quando ele exerce um esforço baixo.

$$100 - \frac{10}{w} - 0 = 0 \Rightarrow W = 0{,}1$$

- Nesse caso, a utilidade do fabricante será dada por:

$$U_{BE} = \frac{1}{4}(20 - W) + \frac{3}{4}(0 - W) = \frac{49}{10} = 4{,}9$$

- Se o objetivo do fabricante for o de induzir o trabalhador a exercer o esforço alto, então ele terá que resolver o seu problema de maximização da sua utilidade esperada, sujeita as três restrições: (I) compatibilidade de incentivos; (II) participação; (III) que os salários não sejam negativos.

- Portanto, o problema se resume a:

$$\max \frac{3}{4}\left(20 - W_A\right) + \frac{1}{4}\left(0 - W_B\right)$$

s.a.

$$(I)\ \frac{3}{4}\left(100 - \frac{10}{W_A}\right) + \frac{1}{4}\left(100 - \frac{10}{W_B}\right) - 2 \ \geq\ \frac{1}{4}\left(100 - \frac{10}{W_A}\right) + \frac{3}{4}\left(100 - \frac{10}{W_B}\right) - 2 \quad (CI)$$

$$(II)\ \frac{3}{4}\left(100 - \frac{10}{W_A}\right) + \frac{1}{4}\left(100 - \frac{10}{W_B}\right) - 2 \ \geq\ 0 \quad \left(Restr.\ de\ Participação\right)$$

$$(III)\ \left(W_A, W_B\right) \ \geq\ \left(0,0\right)$$

- As restrições de compatibilidade de incentivos e de participação podem ser reescritas como:

$$(I)\ \frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)-2 \geq \frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)+\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)-2 \quad (CI)$$

$$(IV)\ \frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)-\frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)=2$$

$$(II)\ \frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)-2 \geq 0$$

$$(V)\ \frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)=2$$

- Portanto, temos:

$$(IV)\ \frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)-\frac{1}{2}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)=2$$

$$(V)\ \frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)=2$$

- Resolvendo o sistema acima, teremos:

$$W_A=\frac{10}{97}\ \ e\ W_B=\frac{10}{101}$$

- Assim, a utilidade do fabricante será dada por:

$$U_{AE}=\frac{3}{4}\left(20-W_A\right)+\frac{1}{4}\left(0-W_B\right)\rightarrow 15-\frac{3}{4}\left(\frac{10}{97}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{10}{101}\right)=14,8979$$

0) O trabalhador irá sempre preferir realizar o nível de esforço baixo. **F**

- Como vimos, a utilidade de trabalhador quando exerce o esforço baixo será igual a 0.
- Por outro lado, quando o trabalhador exerce o esforço alto será igual a:

$$\frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{W_A}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{W_B}\right)-2 \rightarrow \frac{3}{4}\left(100-\frac{10}{\frac{10}{97}}\right)+\frac{1}{4}\left(100-\frac{10}{\frac{10}{101}}\right)-2 \rightarrow$$

$$75-72,75+25-25,25-2=0$$

- Logo, o trabalhador será indiferente entre exercer esforço baixo ou alto.

1) O fabricante irá sempre preferir que o trabalhador realize o esforço baixo, pois o contrato que induz o trabalhador a realizar o esforço alto é muito desfavorável. **F**

- Conforme calculamos, o fabricante irá preferir que o trabalhador exerça o esforço alto, pois:

$$\left[U_{AE} = 14,8979\right] > \left[U_{BE} = \frac{49}{10} = 4,9\right]$$

2) Caso o fabricante queira que o trabalhador realize o esforço baixo deverá pagar salários distintos para cada estado da natureza, mas inferiores ao contrato proposto no caso de induzir o esforço alto. **F**

- Conforme vimos, para induzir o trabalhador a exercer o esforço baixo, basta ao fabricante oferecer um salário constante, desde que satisfaça a restrição de participação do trabalhador.

3) O salário pago para que o trabalhador realize o esforço baixo é dado por $w = (10/100)$. **V**

- Conforme vimos: 1/10 , ou 10/100.

4) O vetor de salários ofertado ao trabalhador para que este realize o esforço alto é dado por: $w_1 = (10/97)$, $w_2 = (10/101)$, em que w_1 é o salário no estado da natureza em que não ocorrem erros de produção e w_2 é o salário no estado da natureza em que ocorrem erros de produção. **V**

- Foi exatamente o que calculamos.

QUESTÃO 11

Uma economia é formada por um consumidor, duas empresas idênticas e dois bens, x_1 e x_2. As preferências do consumidor são representadas pela função de utilidade $U(x) = x_1 x_2$ e as dotações iniciais são (100, 0). O bem x_1 não é produzível. O bem x_2 é produzido pelas duas empresas e a tecnologia é representada pela função de produção $x_2^i = 0,5x_1^i$, para i = 1, 2, em que x_1^i é a quantidade de bem 1 utilizado como insumo pela empresa i-ésima e x_2^i é a quantidade de bem 2 produzida pela mesma empresa. A partir da análise do equilíbrio competitivo, identifique a soma das quantidades produzidas (x_1+ x_2) no caso da alocação ótima de Pareto.

- Primeiramente notem a contradição do enunciado que, primeiramente, diz que o bem x_1 não é produzível e mais adiante pede a soma das quantidades *produzidas* ($x_1 + x_2$) no caso da solução ótima de Pareto.
- Vamos desconsiderar essa frase e calcular a soma das quantidades *consumidas* ($x_1 + x_2$) no caso da alocação ótima de Pareto.

- As preferências dos consumidores são representadas por funções de utilidade do tipo Cobb-Douglas. Portanto, como vimos anteriormente, as demandas ótimas são dadas por:

$$x_1^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_1} \quad e \quad x_2^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_2}$$

- Dado que as dotações iniciais são iguais a $x_1 = 100$ e $x_2 = 0$, temos que:

$R = 100P_1 + 0P_2 \rightarrow R = 100P_1$

- Logo, as demandas ótimas por x_1 e x_2 são dadas por:

$$x_1^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_1} \rightarrow x_1^* = \frac{1}{2}\frac{100P_1}{P_1} \rightarrow \boxed{x_1^* = 50}$$

$$x_2^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_2} \rightarrow x_2^* = \frac{1}{2}\frac{100P_1}{P_2} \rightarrow \boxed{x_2^* = 50\frac{P_1}{P_2}}$$

- Como o bem 2 é produzido por duas empresas com tecnologias idênticas dadas por: $x_2 = 0,5x_1$.

$$Logo,\ \ x_2 = 0,5(50) = 25$$

$$\boxed{Portanto:\ \ x_1 + x_2 = 50 + 25 = 75}$$

QUESTÃO 12

Num mercado com uma função de demanda $Q = 8 - 2p$, sendo Q a quantidade demandada e *p* o preço de mercado, existem 10 empresas idênticas que formam um cartel e que tem custos médios e marginais constantes e iguais a 3. Se um dos agentes abandona o cartel sem ser detectado, consegue elevar seus lucros no curto prazo. Suponha que o agente que rompe o acordo enfrente o seguinte problema: se ele abandona o cartel, só obterá lucro durante um período (t=0), porque será detectado e expulso do mercado. Para que taxa de juros o agente preferirá agir desta forma em lugar de permanecer durante toda sua vida fiel ao cartel? (OBS: em sua resposta multiplique o resultado obtido por 10).

- Suponha que se trate de um cartel de determinação de quantidades.
- Para maximizar seu lucro, o cartel deve escolher uma quantidade produzida que iguale sua receita marginal a seu custo marginal.

$$Q = 8 - 2P \rightarrow P = 4 - \frac{Q}{2}$$

$$RT = PQ \rightarrow RT = \left(4 - \frac{Q}{2}\right)Q \rightarrow RT = 4Q - \frac{Q^2}{2} \rightarrow RMg = 4 - Q$$

$$Máx.Lucro \rightarrow RMg = CMg \rightarrow 4 - Q = 3 \rightarrow \boxed{Q^* = 1 \rightarrow P^* = 3,5}$$

$$\pi^{Cartel} = RT - CT \rightarrow \pi^{Cartel} = 3,5 - 1 \bullet 3 \rightarrow \boxed{\pi^{Cartel} = \frac{1}{2}}$$

- Logo, o lucro do cartel é igual a 0,5.

- Como os CMgs são idênticos para ambas as firmas, a produção será distribuída igualmente entre todas as firmas. Com isso, cada uma deverá produzir 1/10 unidades de produto.
- Nesse caso, o lucro total será distribuído igualmente entre as firmas, cabendo a cada uma delas um lucro $\pi_i^{Cartel} = 1/20.$

- Se a firma 1 decidir abandonar o cartel, sabendo que em *t* = 0 cada uma das outras firmas irá produzir 1/10 unidades, ela deve escolher a quantidade a produzir de modo a maximizar seu lucro dado por:

$$\pi_1^{NC} = \left[4 - \frac{1}{2}\left(x_1 + \frac{9}{10} \right) - 3 \right] x_1$$

$$\pi_1^{NC} = \left[4 - \frac{1}{2}\left(x_1 + \frac{9}{10} \right) - 3 \right] x_1$$

- A maximização de lucros exige que:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = 0 \rightarrow 4 - x_1 - \frac{9}{20} - 3 = 0 \rightarrow \boxed{x_1 = 0,55}$$

- Portanto, caso a firma abandone o cartel seu lucro será dado por:

$$\pi_1^{NC} = \left[4 - \frac{1}{2}\left(0,55 + \frac{9}{10} \right) - 3 \right] 0,55 \rightarrow \boxed{\pi_1^{NC} = 0,15125}$$

- Para que a firma 1 abandone cartel a diferença entre esse lucro e o lucro de cartel em cada período não pode ser inferior ao valor presente do fluxo de lucros de cartel nos períodos subsequentes:

$$0{,}15125 - \frac{1}{20} \geq \frac{1}{R}\frac{1}{20} \rightarrow 0{,}10125 \geq \frac{0{,}05}{R} \rightarrow \boxed{R \geq 0{,}494}$$

- Multiplicando o resultado por 10, obtemos aproximadamente 5, que é o resultado que consta no gabarito

QUESTÃO 13

Suponha uma economia com duas firmas competitivas, representadas por 1 e 2, que produzem o mesmo bem e tem as seguintes funções custo: $c_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$ *e* $c_2(x_2) = \frac{1}{2}x_2^2$. A firma 1 exerce uma externalidade negativa sobre a firma 2 de modo que a função lucro da firma 2 é dada por: $\pi_2 = p_2 x_2 - c_2(x_2) - e(x_1)$. Sabendo que $e(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$ e que o preço do produto produzido é igual a 1, calcule a diferença entre a solução privada e a solução socialmente ótima na produção de bens da firma 1.

- Essa questão foi anulada, pois o gabarito aponta como resposta 2, mas como vamos ver a resposta correta é 1/2

- **Observe que temos as funções de custo das duas firmas, a função que descreve a externalidade negativa que a firma 1 exerce sobre a firma 2 e o preço do bem produzido é igual a 1.**

- Desse modo, podemos construir a função de lucro da firma 2, considerando a externalidade negativa gerada pela firma 1.

$$\pi_2 = p_2 x_2 - c_2(x_2) - e(x_1) \rightarrow \pi_2 = p_2 x_2 - c_2(x_2) - \frac{1}{2}(x_1)^2$$

- A solução privada, quando a firma 1 não considera a externalidade que produz sobre a firma 2 é dada por:

$$\max_{x_1} \ \pi_1 = p_1 x_1 - \frac{1}{2}(x_1)^2$$

$$C.P.O. \rightarrow \frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = 0 \rightarrow p_1 - x_1 = 0 \rightarrow x_1 = p_1. \ Como \ p_1 = 1 \rightarrow \boxed{x_1^P = 1.}$$

- Portanto, caso a firma 1 não seja obrigada a internalizar a externalidade, ela produzirá 1 unidade do bem.

- Podemos calcular a quantidade socialmente ótima, supondo uma fusão entre as firmas. Nesse caso, haverá a internalização da externalidade, pois a externalidade gerada pela firma 1 afeta o resultado conjunto das firmas que se fundiram.
- Portanto, nesse caso, devemos calcular o lucro conjunto em função da produção da firma 1.

$$\max_{x_1}\left(\pi_1+\pi_2\right)=p_1x_1-\frac{1}{2}\left(x_1\right)^2+p_2x_2-\frac{1}{2}\left(x_2\right)^2-\frac{1}{2}\left(x_1\right)^2$$

$$C.P.O.\rightarrow\frac{\partial\left(\pi_1+\pi_2\right)}{\partial x_1}=0\rightarrow p_1-x_1-x_1=0\rightarrow 2x_1=p_1$$

$$Como\ \ p_1=1\rightarrow \boxed{x_1^{SO}=\frac{1}{2}}$$

- Logo, a diferença entre a solução privada e a solução socialmente ótima é dada por:

$$x_1^P - x_1^{SO} \rightarrow 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

- Observe que a resposta faz sentido com a teoria econômica.
- No caso de uma externalidade negativa, como a firma não considera seus custos externos, ele produzirá uma quantidade maior que a quantidade socialmente ótima.

QUESTÃO 14

Considere que um aeroporto está localizado ao lado de um grande terreno que é propriedade de um incorporador imobiliário. O incorporador gostaria de construir moradias naquele terreno, mas o barulho do aeroporto reduz o valor das propriedades. Quanto maior for a intensidade do tráfego aéreo, menor o valor do montante de lucros que o incorporador pode obter com o terreno. Seja X o número de vôos diários e Y o número de moradias que o incorporador pretende construir. O Lucro Total do aeroporto (LA) é dado pela função $48 – X^2$ e o Lucro Total do incorporador(LI) é dado por $60Y – Y^2 – XY$. Identifique a diferença entre o Lucro Total dos dois agentes (LA + LI) em duas situações relativas às regras institucionais que regulam o comportamento dos agentes: (I) no caso da imposição de uma lei que responsabiliza o aeroporto por qualquer redução ocorrida no valor das propriedades; (II) no caso em que os dois agentes optam pela formação de um conglomerado empresarial com o objetivo de maximizar o lucro conjunto.

- Essa questão deveria ser anulada, pois com os dados disponíveis no enunciado não é possível chegar a resposta que consta no gabarito, que é 27.
- Provavelmente trata-se de um erro de digitação, pois se considerarmos a função que descreve o lucro do aeroporto como LA = 48*X* − *X*² , chegaremos a resposta que consta no gabarito.
- Dito isso, a lei que responsabiliza o aeroporto por qualquer redução ocorrida no valor das propriedades implica que o aeroporto deva indenizar o incorporador no valor de *XY*, teremos que, no caso (I), as funções de lucro de cada empresa, após a indenização passam a ser:

$$\pi_{LI}^{I} = 60Y - Y^2 \rightarrow C.P.O. \rightarrow \frac{\partial \pi_{LI}^{I}}{\partial Y} = 0 \rightarrow 60 - 2Y = 0 \rightarrow \boxed{Y_I^* = 30}$$

- O aeroporto deve escolher um valor de *X* sabendo que o incorporador irá escolher *Y* = 30. Portanto:

$$\pi_{LA}^{I} = 48X - X^2 - XY \rightarrow C.P.O. \rightarrow \frac{\partial \pi_{LA}^{I}}{\partial X} = 0 \rightarrow 48 - 2X - 30 = 0 \rightarrow \boxed{X_I^* = 9}$$

- Logo, os lucros da incorporadora e do aeroporto nesse caso serão:

$$\pi_{LI}^{I} = 60Y - Y^2 \rightarrow \pi_{LI}^{I} = 60(30) - (30)^2 \rightarrow \boxed{\pi_{LI}^{I} = 900}$$

$$\pi_{LA}^{I} = 48X - X^2 - XY \rightarrow \pi_{LA}^{I} = 48(9) - (9)^2 - (9)(30) \rightarrow \boxed{\pi_{LA}^{I} = 81}$$

- Logo, o lucro conjunto será igual a:

$$\boxed{\pi_{LI}^{I} + \pi_{LA}^{I} = 900 + 81 = 981}$$

- No caso (II), em que os dois agentes coordenam suas ações para maximizar o lucro conjunto, as escolhas dos valores ótimos de *X* e *Y*, que denotaremos por *X** e *Y**, deverão maximizar a soma $\pi_{LI}^{II} + \pi_{LA}^{II}$.

- Logo, temos:

$$\pi^{II} = \pi_{LI}^{II} + \pi_{LA}^{II} = 48X - X^2 + 60Y - Y^2 - XY$$

$$\pi^{II} = \pi^{II}_{LI} + \pi^{II}_{LA} = 48X - X^2 + 60Y - Y^2 - XY$$

- As condições de primeira ordem são dadas por:

$$\frac{\partial \pi^{II}}{\partial X} = 0 \rightarrow 48 - 2X^* - Y^* = 0 \qquad (I)$$

$$\frac{\partial \pi^{II}}{\partial Y} = 0 \rightarrow 60 - 2Y^* - X^* = 0 \qquad (II)$$

- Substituindo (II) em (I):

$$60 - 2Y^* - X^* = 0 \rightarrow X^* = 60 - 2Y^*$$

$$48 - 2\left(60 - 2Y^*\right) - Y^* = 0 \rightarrow 48 - 120 + 4Y^* - Y^* = 0$$

$$3Y^* = 72 \rightarrow \boxed{Y^* = 24 \rightarrow X^* = 12}$$

- Agora podemos calcular o lucro conjunto:

$$\pi^{II} = 48(12) - (12)^2 + 60(24) - (24)^2 - (12)(24) \rightarrow \boxed{\pi^{II} = 1008}$$

- Como a questão pede a diferença de lucros nas duas situações, a resposta é dada por:

$$\boxed{\pi^{II} - \pi^{I} = 1008 - 981 = 27}$$

QUESTÃO 15

Uma empresa é a única distribuidora de produtos alimentícios num mercado cuja demanda é dada pela função P = 41 – Q, sendo P o preço e Q a quantidade demandada. Os custos da empresa 1 seguem a função $C_1 = Q_1^2 + 2Q_1 + 6$. Se o governo fixa neste mercado um preço máximo de 30 unidades monetárias, identifique o valor da perda irrecuperável de eficiência.

- O exercício pede que seja calculado o “peso morto” decorrente do mercado funcionar com um preço tabelado igual a $15.

- **Caso não haja nenhum tipo de intervenção governamental o monopolista maximizará o lucro fazendo RMg = CMg.**

$$Como\ CT = C_1 = Q_1^2 + 2Q_1 + 6 \rightarrow CMg = \frac{dC_1}{dQ} = 2Q_1 + 2$$

$$Como\ RT = PQ \rightarrow RT = (41 - Q_1)Q_1 \rightarrow RT = 41Q_1 - Q_1^2$$

$$Logo: RMg = \frac{dRT}{dQ_1} = 41 - 2Q_1$$

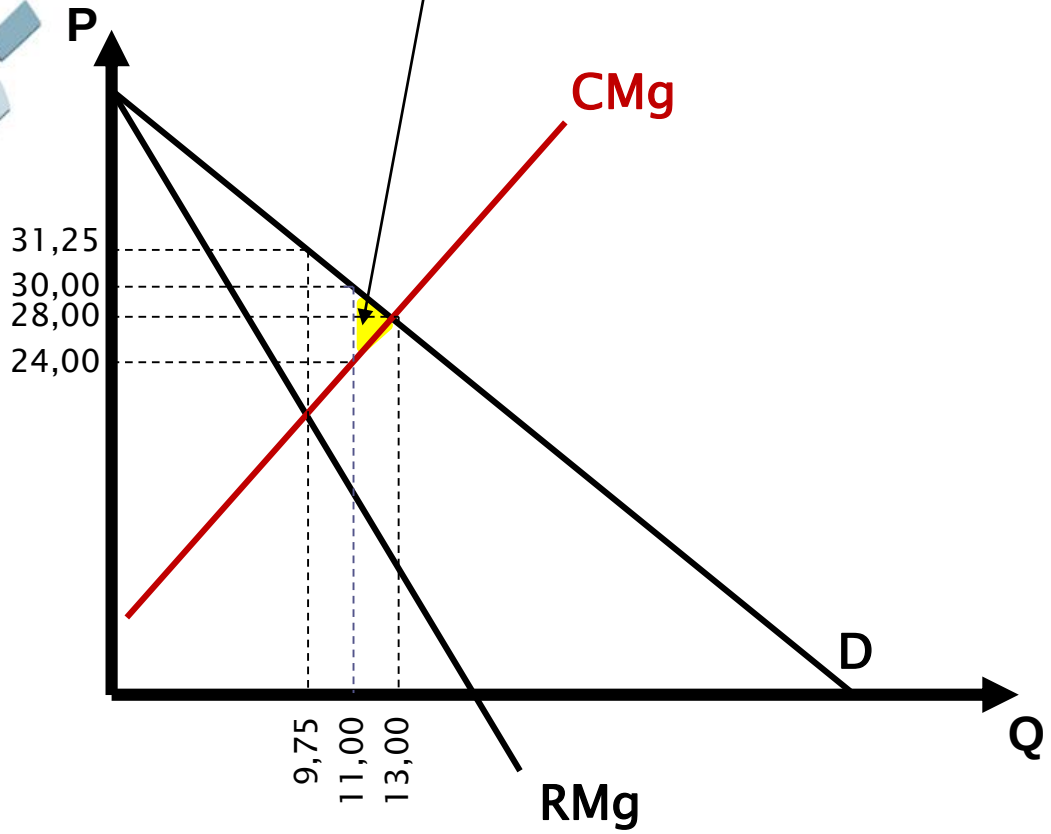
$$Máx.Lucro \Rightarrow 41 - 2Q_1 = 2Q_1 + 2 \rightarrow \boxed{Q_1^* = 9,75 \rightarrow P_1^* = 31,25}$$

- **Caso o mercado operasse em concorrência perfeita, teríamos:**

$$P = CMg \rightarrow 41 - Q_1 = 2Q_1 + 2 \rightarrow \boxed{Q_1^C = 13 \rightarrow P_1^C = 28}$$

- **Se o governo fixar o preço em 30, teremos:**

$$\boxed{P_M = 30} \rightarrow 30 = 41 - Q_1 \rightarrow \boxed{Q_1^M = 11}$$

$$e\ CMg_{(11)} = 2(11) + 2 = 24$$

$$"Peso\ Morto" = \frac{(30-24)\bullet(13-11)}{2} = 6$$