ANPEC - Microeconomia
Prova - 2015

Prof. Antonio Carlos Assumpção

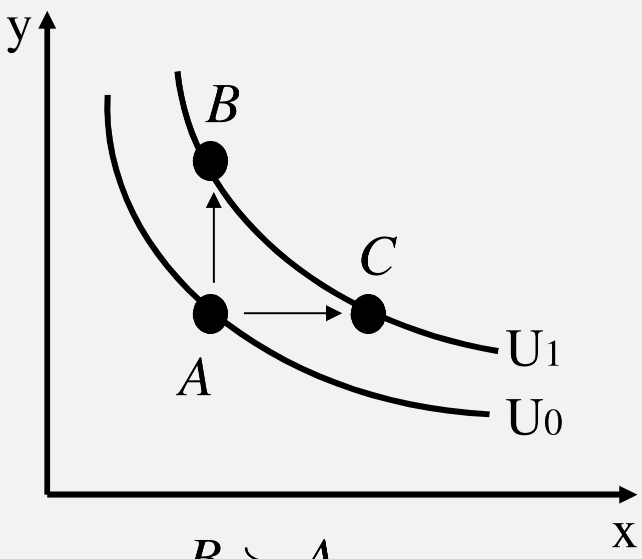
Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

0) A existência de um bem neutro viola o axioma da monotonicidade, a existência de bens substitutos perfeitos viola o axioma da convexidade estrita e a existência de preferências lexicográficas viola o axioma de continuidade. V

- **Temos três afirmações que devem ser checadas:**
- Quanto a primeira afirmação, entendendo preferências monotônicas como preferências que atendem à hipótese de **monotonicidade forte**, a afirmação é verdadeira, pois nesse caso o consumidor estará indiferente entre duas cestas de bens x e y com as mesmas quantidades de todos os bens com exceção do bem neutro.
- Pela hipótese de monotonicidade ele deveria preferir a cesta com a mesma quantidade de x e uma quantidade maior de y, o que não ocorre caso y seja um neutro.

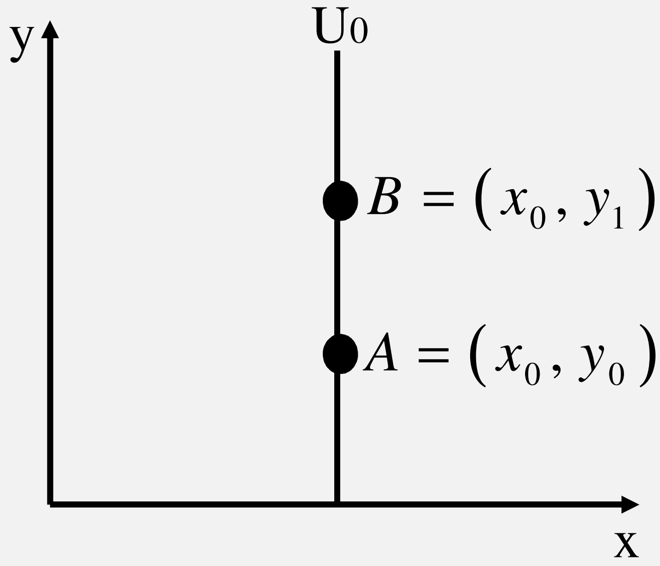
Motonicidade Forte



$$B \succ A$$

$$C \succ A$$

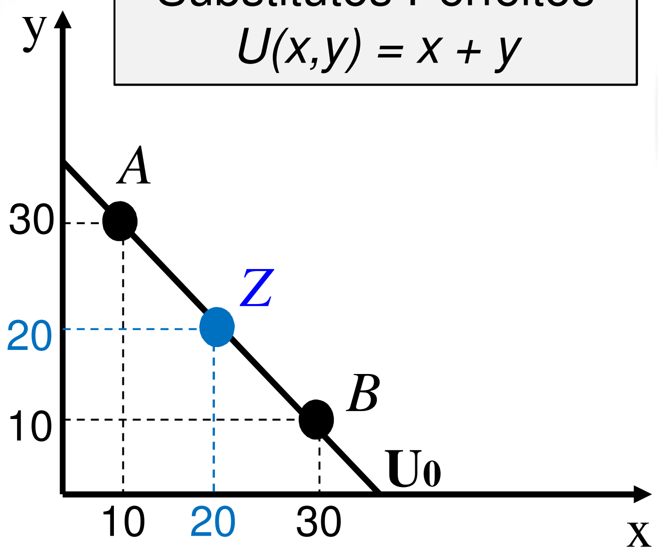
Neutro (y)



$$A \sim B \ mesmo\ com\ \ y_1 > y_0$$

- Se dois bens são substitutos perfeitos as curvas de indiferença são retas negativamente inclinadas com a TMgs constante.
- A função utilidade que representa esse caso é dada por $U(x,y) = \alpha x + \beta y$.
- Para que uma função utilidade gere curvas de indiferença convexas, devemos ter: dadas duas cestas A e B, onde A ~ B, podemos garantir que existe uma cesta $Z = \lambda A + (1-\lambda)B$, onde $Z \succ A$ e $Z \succ B$ $\forall$ λ entre 0 e 1.

Substitutos Perfeitos
$U(x,y) = x + y$



$$Sejam\ \ A = (10,30)\ \ e\ \ B = (30,10)$$

$$Se\ \ \lambda = 0,5\ \ ,temos:$$

$$Z = \left[(0,5)10 + (1-0,5)30; (0,5)30 + (1-0,5)10\right]$$

$$Z = (20,20) \sim A\ \ e\ \ B$$

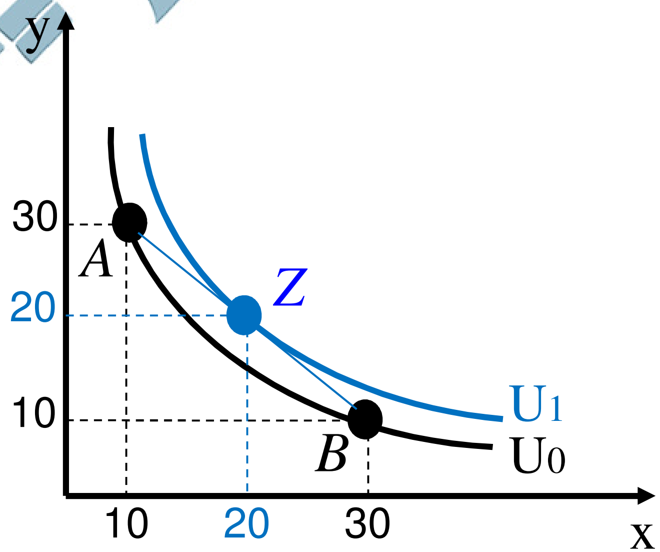
$$U_A = U_B = U_Z = 40 \Rightarrow A \sim B \sim Z$$

Logo, a segunda afirmação é verdadeira.

Observação Importante:

Cobb-Douglas: Preferências Convexas
U(x,y)=xy

→ Os indivíduos aumentam a sua utilidade através da diversificação do consumo.



$$Sejam\ \ A = (10,30)\ \ e\ \ B = (30,10)$$

$$Se\ \ \lambda = 0,5\ \ ,temos:$$

$$Z = \left[(0,5)10 + (1-0,5)30;(0,5)30 + (1-0,5)10\right]$$

$$Z = (20,20) \succ A\ \ e\ \ B$$

$$U_A = U_B = 300$$

$$U_Z = 400 \Rightarrow Z \succ A\ \ e\ \ Z \succ B$$

- A existência de preferências lexicográficas viola a hipótese de continuidade das preferências. Nesse caso, as curvas de indiferença serão pontos no espaço $\mathbb{R}^2_+$.
- Logo, a terceira afirmação também é verdadeira.
- A hipótese de continuidade das preferências impõe que, para duas cestas de bens quaisquer, x e y, com x $\succ$ y, deve haver dois escalares positivos ε_1 e ε_2 tais que para qualquer cesta z, se $|x-z| < \varepsilon_1$, então z $\succ$ y, e se $|z-y| < \varepsilon_2$, então x $\succ$ z.
- Consideremos, agora a seguinte ordenação lexicográfica definida no caso de apenas dois bens: dadas duas cestas de bens quaisquer $x = (x_1;x_2)$ e $y = (y_1;y_2)$, x $\succ$ y se, e somente se, **i)** $x_1 > y_1$ ou **ii)** $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$.
- Considere o caso em que essas cestas satisfazem a condição ii), ou seja, considere o caso em que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. Então x $\succ$ y.
- Todavia, para qualquer valor de $\varepsilon_1 > 0$, a cesta de bens $z_1 = (x_1 - \varepsilon_1/2\ ;\ x_2)$ é tal que y $\succ$ z_1, em virtude da condição i); e, para qualquer valor de $\varepsilon_2 > 0$, a cesta de bens $z_2 = (y_1 + \varepsilon_2/2\ ;\ y_2)$ é tal que $z_2 \succ$ x, novamente, em virtude da condição i). Assim, as preferências lexicográficas não são contínuas.

- Um dos tópicos de estudo da microeconomia na teoria do consumidor é o das preferências lexicográficas, são assim chamadas porque derivam de "*lexico*", que é o conjunto de todas as palavras de uma determinada língua. E *lexicografia* é a técnica de composição de um dicionário.
- Em nossa cultura greco-romana, um dicionário é composto pela ordem das palavras de acordo com o Abecedário do tipo {A, B, C, ..., Z}, ele determina as preferências de ordem em um dicionário: primeiro sempre o 'A', depois o 'B', em seguida o 'C' e assim por diante... Um dicionário, portanto, obedece uma ordem estrita onde qualquer palavra que comece com 'A', não importa quão importante ou desimportante ela seja no nosso uso cotidiano, deve sempre vir antes de uma palavra que comece com 'B'.
- Dessa maneira, algumas preferências do dia a dia podem ser lexicográficas.
  - Digamos que você prefira sempre chocolates à goiabada. Sendo assim, supondo preferências lexicográficas, em uma situação de escolha entre muita goiabada, e qualquer quantidade de chocolate (mesmo que mínima), você sempre preferirá o chocolate. Mesmo que seja uma lata de 500g de goiabada *versus* um bombom de chocolate de apenas 30g. Não quer dizer que você não goste de goiabada, mas simplesmente que diante da escolha, você irá preferir sempre o chocolate.

- **Pense no quadro de medalhas de uma olimpíada: (Pequim 2008)**
- Pela hierarquia de classificação usual do quadro de medalhas das olimpíadas, as medalhas de ouro sempre são preferíveis a qualquer medalha de prata, e é por isso que a Venezuela com uma medalha de ouro está a frente da Tailândia com 2 medalhas de prata e 1 de Bronze (3 no total).
- Até o último dia das olimpíadas, Venezuela estava na frente de Colômbia e México (que ainda não tinham tido suas medalhas de ouro, o México inclusive ganhando do Brasil na final do futebol).

- *Mas quantas medalhas de prata ou de bronze valem uma medalha de ouro? Ou seja, existe preço para trocar uma medalha de ouro por algumas de prata?*
  - Não. A tendência seria dizer que o preço da medalha de ouro em termos de medalha de prata é infinito.
- **Portanto, no caso de preferências lexicográficas, as curvas de indiferença serão pontos unitários, pois não haverá, para cada cesta de bens, qualquer cesta diferente dela mesma que lhe seja indiferente.**

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

1) Para a função utilidade $U(x,y)=\left(x^{\rho}+y^{\rho}\right)^{\frac{1}{\rho}}$, as taxas marginais de substituição (TMS) nas cestas (2,3) e (4,6) são idênticas. **V**

- A função utilidade CES é homotética*. Logo, a TMS depende apenas da razão entre as quantidades consumidas dos dois bens.
- Como, para as duas cestas apresentadas $y/x = 3/2$, devemos ter a mesma TMS para cada uma dessas cestas.

* Se uma função utilidade for homotética, a TMS dependerá das quantidades relativas, e não absolutas.

- De um modo geral, a função CES pode ser apresentada da seguinte forma:

$$U_{(y,x)} = A\left[ay^{\rho} + bx^{\rho}\right]^{\frac{\varepsilon}{\rho}}$$

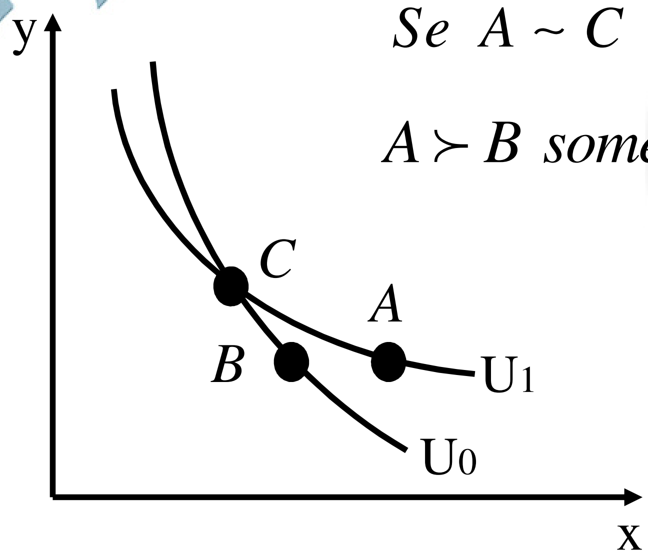
$$Onde\ A, a, b, \rho\ e\ \varepsilon\ são\ constantes \rightarrow A, a\ e\ b > 0,\ \ \rho < 1\ e\ \varepsilon > 0.$$

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{UMgx}{UMgy} = -\frac{\left(\frac{\varepsilon}{\rho}\right)A\left[ay^{\rho} + bx^{\rho}\right]^{\frac{\varepsilon}{\rho}-1} \bullet \rho b x^{\rho-1}}{\left(\frac{\varepsilon}{\rho}\right)A\left[ay^{\rho} + bx^{\rho}\right]^{\frac{\varepsilon}{\rho}-1} \bullet \rho a y^{\rho-1}} = \boxed{-\frac{a}{b}\left(\frac{y}{x}\right)^{1-\rho}}$$

$$No\ caso\ do\ nosso\ exercício: TMgs_{(y,x)} = \frac{y}{x} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

2) Sejam três cestas de bens: *A*, *B* e *C*. Se, para um consumidor temos que $A \succ B$, $A \sim C$ e $C \sim B$, então para este consumidor se aplica o princípio de que duas curvas de indiferença não se cruzam. **F**



$$Se \;\; A \sim C \;\; e \;\; B \sim C \Rightarrow A \sim B \;\; (Transitividade)$$

$$A \succ B \; somente \; se \; as \; curvas \; de \; indiferença \; se \; cruzarem.$$

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

3) Sejam dois bens x e y, em que nenhum deles é um mal. Se tivermos duas cestas com quantidades estritamente positivas destes dois bens $(x_1;y_1)$ e $(x_2;y_2)$, sendo que $x_2 \geq x_1$ e $y_2 > y_1$, então, pela hipótese da monotonicidade das preferências, temos que: $(x_2;y_2) \succ (x_1;y_1)$. **V**

- Trata-se de uma aplicação direta da definição de preferências (fortemente) monotônicas.
  - O consumidor prefere a segunda cesta, que possui uma quantidade maior de y com, pelo menos, a mesma quantidade de x.

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

4) Supondo que não existem males, a hipótese de convexidade estrita implica que, se houver duas cestas A e B, com $A \sim B$, para uma cesta C definida como $tA + (1\text{-}t)B$, $0 < t < 1$, é necessariamente verdade que $C \succ A$ e $C \succ B$. **V**

- Exatamente como vimos no item 0.

Questão 2

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

0) A função de bem-estar rawlsiana faz com que o bem-estar social de uma dada alocação dependa apenas do bem-estar do agente com utilidade mínima. **V Definição**

- A função de bem estar social *minimax ou* rawlsiana é definida como:

$$\boxed{W(u_1,...,u_n) = \min\{u_1,...,u_n\}} \quad ,$$

- onde $(u_1,...,u_n)$ é o vetor de utilidades dos n indivíduos da economia.

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

1) Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto corresponde a um bem estar máximo para alguma função de bem-estar. **V**

- Para qualquer alocação da economia, é possível construir uma função de bem-estar social que atinja seu valor máximo no vetor de utilidades associado a essa alocação, o que faria com que ela correspondesse ao bem-estar social máximo.
- Se impusermos que a função de bem-estar social satisfaça ao critério de Pareto, essa conclusão permanece válida para todas as alocações Pareto eficientes.

- **Veremos mais detalhes sobre equilíbrio geral na questão 11.**

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

2) Nem todos os máximos de bem-estar são equilíbrios competitivos. ~~F~~ → V

- Mesmo que assumamos que as funções de bem estar social satisfaçam ao critério de Pareto, **se as preferências de todos os consumidores não forem convexas ou os conjuntos de produção de todos os produtores não forem convexos e não houver um número infinitamente grande de diferentes consumidores e produtores, é possível que haja alocações eficientes que não sejam equilíbrios competitivos qualquer que seja a distribuição das dotações iniciais dessa economia**.
- Se apenas uma dessas alocações corresponder ao máximo de bem estar social, este não será um equilíbrio geral competitivo.

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

3) Uma divisão igualitária necessariamente será eficiente no sentido de Pareto. F

- Entendendo uma alocação igualitária como uma alocação na qual todos os agentes consomem exatamente as mesmas quantidades de todos os bens:
  - nada garante, no caso geral, que as taxas marginais de substituição desses agentes na alocação igualitária sejam iguais entre si.
- Se, para ao menos dois agentes, suas taxas marginais de substituição entre dois bens consumidos e quantidades positivas na alocação igualitária forem diferentes, então essa alocação não será Pareto eficiente.

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

4) Um equilíbrio competitivo a partir de uma divisão igualitária corresponde a uma alocação justa.**V**

- A alocação é dita *justa* caso seja **eficiente e equitativa**, isto é, caso seja eficiente e tal que nenhum indivíduo prefira a alocação que coube a outro indivíduo à sua própria alocação.
- Pelo primeiro teorema do bem estar social, sabemos que qualquer alocação de equilíbrio em um mercado competitivo é Pareto eficiente.
- Ademais, caso a distribuição inicial das dotações iniciais seja igualitária, todos os indivíduos se defrontarão com a mesma restrição orçamentária, o que significa que cada indivíduo poderia demandar a cesta de bens demandada por qualquer outro indivíduo e, se assim não faz, é porque prefere outra cesta de bens.

- **Primeiro Teorema do Bem-Estar**
  - Em um mercado competitivo, todas as trocas mutuamente vantajosas serão realizadas, e a alocação de equilíbrio resultante será economicamente eficiente.

Questão 3

Um Professor Pobre (PP) encontra em um restaurante seu colega de mestrado, o Banqueiro Bem de Vida (BB). Eles pretendem honrar a tradição de repartir a conta ao meio, embora PP priorize a economia de gastos e BB a sofisticação da comida. Cada um pode pedir um prato barato (b) ou caro (c). Os *payoffs* da tabela representam a utilidade ordinal dos resultados para ambos. O garçom anota o pedido de BB em primeiro lugar.

		PP	
		c	**b**
BB	**c**	2 , 0	3 , 1
	b	0 , 2	1 , 3

Julgue as proposições abaixo:

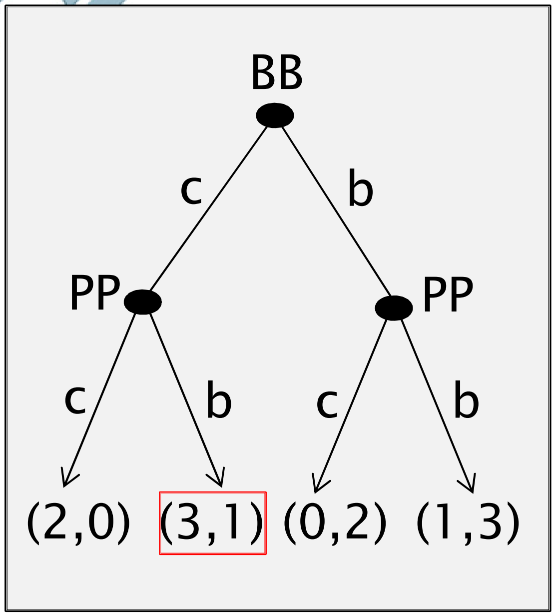
0) A representação estratégica do jogo sequencial, admitindo que uma estratégia seja definida por uma lista completa de escolhas, nos mostra três equilíbrios de Nash. **F**

		PP	
		c	**b**
BB	**c**	$\boxed{2}$, 0	$\boxed{3}$, $\boxed{1}$
	b	0 , 2	1 , $\boxed{3}$

- Resolvendo o jogo simultaneamente:
- Podemos notar que BB possui uma estratégia dominante, (c) assim como PP (b).
- O jogo possui apenas um equilíbrio de Nash em estratégias puras (c,b).

1) O equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos é definido como {c;bb}={caro; barato caso BB escolha caro, barato caso BB escolha barato}. **V**

- Colocando o jogo na forma sequencial, com BB fazendo a primeira escolha, temos:



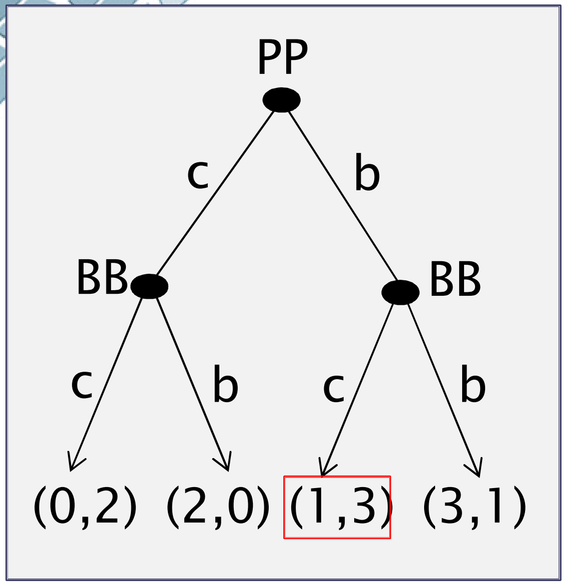
- Resolvendo o jogo de trás para frente (*backward induction*), notamos que PP escolherá "barato" (b), independentemente da escolha de BB.
- Logo, como BB escolhe primeiro, ele deve escolher "caro" (c), pois isso permite a ele um *payoff* de 3 (contra 1, caso ele escolhesse "barato" (b)).
- Logo, o equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos é {c;bb}={caro; barato caso BB escolha caro, barato caso BB escolha barato}.

2) Não surtiria efeito se PP desviasse de seus interesses, em uma ameaça para induzir BB a escolher b. V

- Como vimos, PP jogará (b), sempre. Logo, (c) é uma estratégia estritamente dominada para ele.
- Logo, qualquer outro conjunto de estratégias que não seja {b,b} não seria crível. Portanto, não surtiria efeito.

3) Caso o garçom anote primeiro o pedido de PP, o equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos será definido como {b; bc}. **F**

- Note que, agora, temos um jogo sequencial, onde PP escolhe primeiro.



- Como vimos, a estratégia dominante de BB é escolher "caro" (c).
- Sabendo disso, PP deve escolher "barato", pois dessa forma seu *payoff* será 3 (contra 2 caso ele escolhesse "caro" (c).
- Portanto, nesse caso, o equilíbrio perfeito em sub-jogos é dado por {b;cc}.

4) Caso o jogo fosse simultâneo, teríamos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, com PP escolhendo b com probabilidade dois terços. **F**

- No caso de **estratégias puras**, o jogador faz uma escolha específica.
- No caso de **estratégias mistas**, o jogador faz uma escolha aleatória entre duas ou mais ações possíveis, com base em um conjunto de probabilidades.
  - Logo, um equilíbrio de Nash com estratégias mistas é uma randomização de estratégias, mas não de equilíbrios.
- No caso em questão, daremos a resposta de uma maneira bem simples.
  - Para ver como calcular equilíbrio de Nash em estratégias mistas, veja a prova de 2014.
- Como vimos, cada jogador possui uma estratégia estritamente dominante: (c), no caso de BB e (b), no caso de PP.
- Logo, em um jogo simultâneo, cada jogador escolheria sua estratégia dominante, que seria a estratégia mista, que é chamada de degenerada.
  - Se p é a probabilidade de BB jogar (c) e q a probabilidade de PP jogar (c), o equilíbrio de Nash com estratégias mistas é igual ao equilíbrio com estratégias puras, onde p = 1 e q = 0.

Questão 4

Considere um consumidor com renda R = \$100, função utilidade $U(x;y) = xy$ e que se depara com os preços p_x = \$2 e p_y = \$2. Julgue as proposições:

0) Na cesta escolhida pelo consumidor, atinge-se a curva de indiferença definida por $U = 800$. F

1) Se o preço do bem x cair pela metade, a quantidade demandada desse bem dobra. V

2) Tendo em vista a mudança de preço do item anterior, uma compensação de Slutsky deveria retirar \$25 do consumidor. V

3) Ainda considerando a mesma mudança, os efeitos renda e substituição serão ambos iguais a 12,5. V

4) Na cesta pertencente à nova restrição orçamentária $(x;y) = (20;40)$, o agente maximizador deveria trocar y por x, pois sua taxa marginal de substituição é igual a dois, superior à taxa de troca exigida pelo mercado: $p_x = p_y = 0,5$. V

- Primeiro, vamos resolver o problema de otimização do consumidor genericamente, para uma função utilidade Cobb-Douglas.

$$\boxed{U_{(x,y)} = x^{\alpha} y^{\beta} \rightarrow Lagrangeano:\ \Im = x^{\alpha} y^{\beta} + \lambda\left(R - P_x x - P_y y\right)}$$

Condições de primeira ordem:

$$1)\ \frac{\partial \Im}{\partial x} = 0 \Rightarrow \alpha x^{\alpha-1} y^{\beta} - \lambda P_x = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{P_x}$$

$$2)\ \frac{\partial \Im}{\partial y} = 0 \Rightarrow \beta x^{\alpha} y^{\beta-1} - \lambda P_y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}}{P_y}$$

$$3)\ \frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - P_x x - P_y y = 0$$

$$\lambda = \lambda \rightarrow \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow \boxed{\frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

$$\boxed{Equilíbrio: \left(TMgS_{(y,x)}\right)\frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y}\left(Relação\ de\ preços\right)} \Rightarrow P_y y = \frac{\beta}{\alpha}P_x x$$

Substituindo na R.O.I.

$$R = P_x x + P_y y \Rightarrow P_x x + \frac{\beta}{\alpha}P_x x = R \Rightarrow P_x x\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right) = R \Rightarrow \frac{R}{P_x x} = 1+\frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{R}{P_x x} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha} \Rightarrow P_x x = \frac{R}{\frac{\alpha+\beta}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_x}}\ e\ \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_y}}$$

Demanda marshaliana pelo bem x

Demanda marshaliana pelo bem x

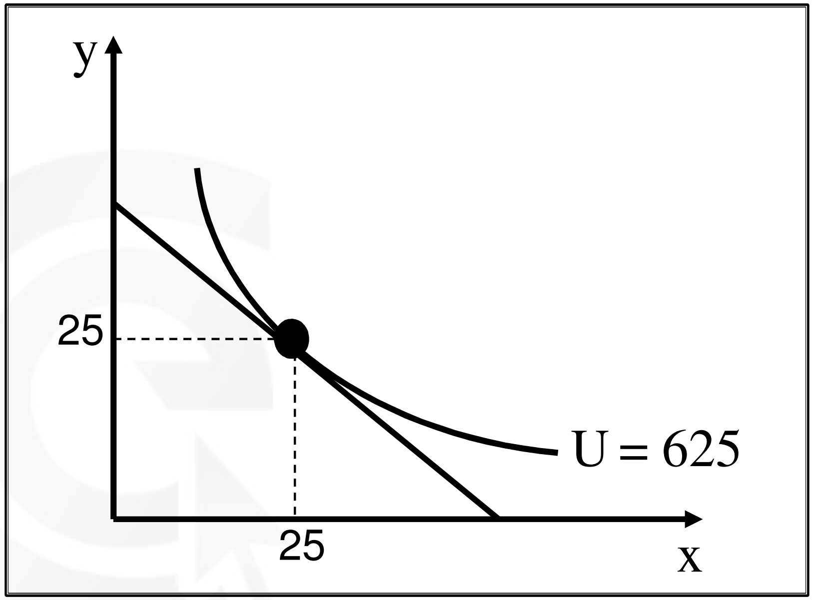
- Segundo o enunciado, R=100 , Px = 2 e Py = 2. Logo:

$$x^* = \frac{1}{2}\frac{R}{P_x} = \frac{1}{2}\frac{100}{2} = 25$$

$$y^* = \frac{1}{2}\frac{R}{P_y} = \frac{1}{2}\frac{100}{2} = 25$$

$$Logo:$$

$$U_{(x,y)} = xy = 25 \bullet 25 = 625$$



- Assim, o item 0 é falso.

- **Segundo o item 1**, o preço de x cai para $1.

$$\boxed{x^{*} = \frac{1}{2}\frac{R}{P_x} = \frac{1}{2}\frac{100}{1} = 50}$$

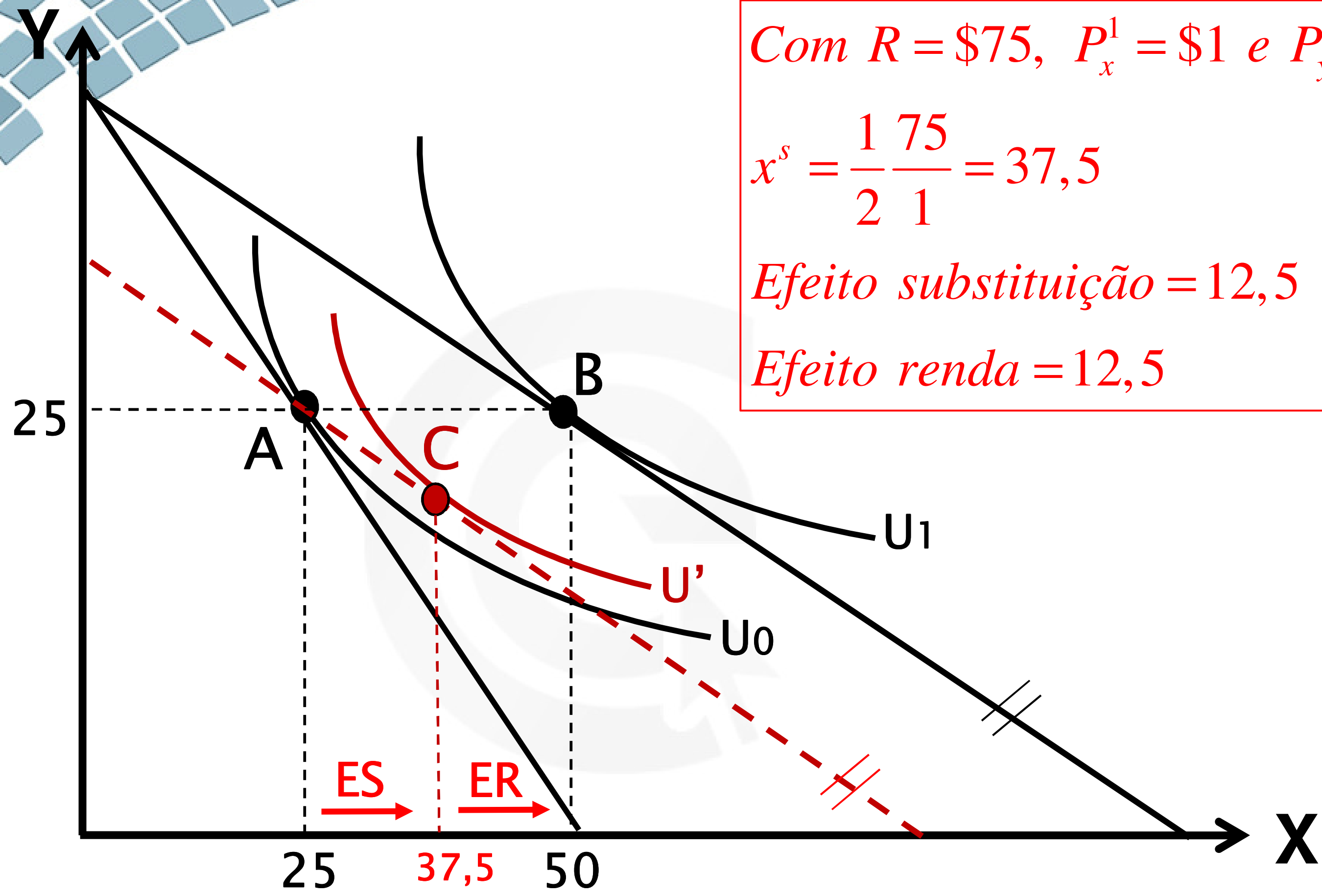
- Com isso, a quantidade demandada de x dobra. Logo, o item 1 é verdadeiro.

- **Item 2.**
- A compensação de Slutsky consiste, nesse caso, em reduzir a renda monetária do consumidor de forma que ele volte a poder comprar a mesma cesta anterior aos novos preços (Py = 2 e Px = 1).

$$R_1 = P_x^1 x_0 + P_y^0 y_0 \rightarrow R_1 = 1 \bullet 25 + 2 \bullet 25 = \$75$$

$$\textit{Logo, a renda monetária deveria ser reduzida em } \$25.$$

- Logo, o item 2 é verdadeiro.



$$Com\ \ R = \$75,\ \ P_x^1 = \$1\ \ e\ \ P_y = 2$$

$$x^s = \frac{1}{2}\frac{75}{1} = 37{,}5$$

$$Efeito\ \ substituição = 12{,}5$$

$$Efeito\ \ renda = 12{,}5$$

- Logo, o item 3 é verdadeiro.

- Quanto ao item 4, observe que, em equilíbrio, devemos ter a igualdade entre a TMgs e a relação de preços.

$$Equilíbrio:\left(TMgS_{(y,x)}\right)\frac{\alpha y}{\beta x}=\frac{P_x}{P_y}\left(Relação\ de\ preços\right)$$

$$Como\ \alpha=\beta\rightarrow TMgS_{(y,x)}=\frac{y}{x}$$

$$Para\ a\ cesta\ (x,y)=(20,40),\ \boxed{TMgs=|2|}$$

$$Como\ \frac{P_x}{P_y}\ (para\ a\ nova\ R.O.)=\boxed{\left|\frac{1}{2}\right|}:$$

- Logo, o consumidor está disposto a trocar duas unidades de y por uma de x, mas consegue trocar cada unidade de y por duas de x. Portanto, ele trocará y por x. Assim, o item 4 é verdadeiro.

Questão 5

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

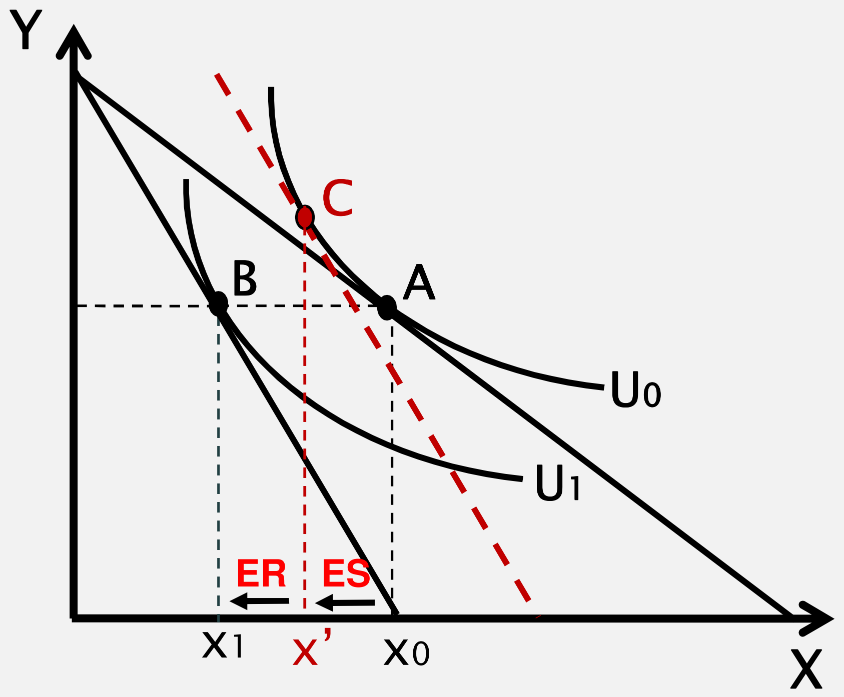
0) O efeito Hicks mede a variação na quantidade demandada frente a mudanças nos preços, mantido constante o poder aquisitivo do consumidor. F

- **Interpretando "efeito Hicks" como efeitos substituição e renda de Hicks.**
- O aumento de um preço reduz a quantidade demandada por dois motivos distintos, mas que ocorrem simultaneamente:
  - **Efeito substituição:** é a variação na quantidade demandada resultante de uma variação no preço relativo, depois de o consumidor ter sido compensado pela variação em sua renda real.
  - **Efeito Renda:** é a variação na quantidade demandada resultante, exclusivamente, de uma variação na renda real, em que todos os outros preços e a renda monetária nominal permanecem constantes.

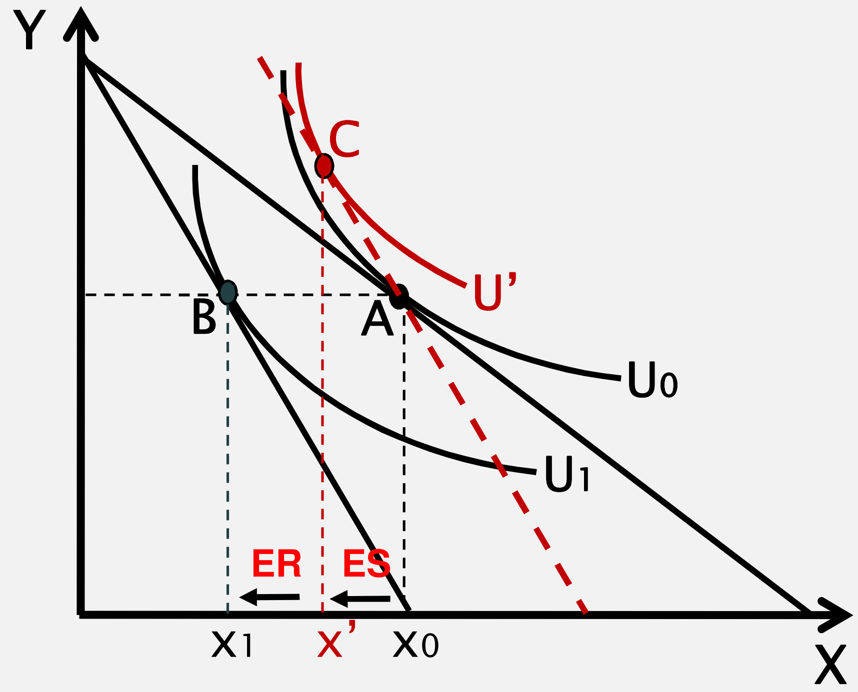
- Podemos separar os efeitos renda e substituição, mantendo a renda real do consumidor (compensação de renda) após o aumento em um dos preços.
- Entretanto, podemos utilizar dois critérios distintos:
  - **Hicks:** compensação de renda de forma que o consumidor possa voltar para a curva de indiferença inicial **(mesma utilidade).**
  - **Slutsky:** compensação de renda de forma que o consumidor possa voltar a comprar a **mesma cesta**. Entretanto, nesse caso, o consumidor não escolherá adquirir a mesma cesta, pois ele poderá aumentar a sua utilidade substituindo o bem que ficou mais caro pelo mais barato relativamente.

- Logo, as definições já nos permitem notar que a afirmação é falsa.

Efeitos renda e substituição : Hicks



Efeitos renda e substituição : Slutsky



Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

1) O efeito substituição de Hicks pode apresentar sinal positivo. F

- O efeito substituição é sempre negativo.
- Dito de outro modo, a curva de demanda compensada é negativamente inclinada.

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

2) Se o indivíduo é comprador líquido de um bem, e o preço deste bem diminui, o indivíduo pode continuar como comprador líquido ou se tornar vendedor líquido do bem em questão, dependendo da magnitude da variação no preço do bem. F

- Assumindo que as preferências sejam localmente não saciadas e, consequentemente, que o indivíduo consuma sempre sobre sua linha de restrição orçamentária, a afirmação é falsa.
- Após uma redução no preço de um bem, se um consumidor passa de demandante líquido para ofertante líquido de um bem, haverá uma violação do axioma fraco da preferência revelada, o que não é compatível com a teoria do consumidor.

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

3) Um aumento geral do salário implica um efeito renda e um efeito substituição, o que faz com que um aumento geral do salário sempre leve a um aumento na quantidade ofertada de trabalho. F

- **Um aumento do salário real possui dois efeitos sobre a oferta de trabalho:**
- **Efeito Substituição**: haverá um aumento do custo de oportunidade do lazer, induzindo os indivíduos a ofertarem mais trabalho.
- **Efeito Renda:** o indivíduo fica "mais rico", o que faz com que ele oferte menos trabalho.
- **Note então que:**
  - Se $|ES| > |ER| \rightarrow$ a quantidade ofertada de trabalho aumenta.
  - Se $|ES| < |ER| \rightarrow$ a quantidade ofertada de trabalho diminui.

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

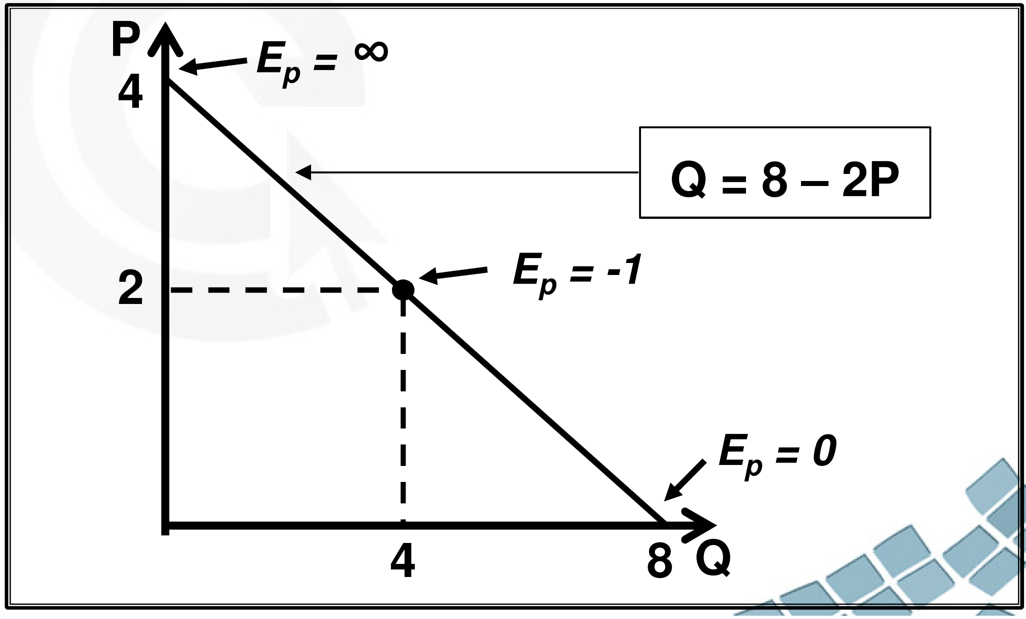
4) As curvas de demanda lineares são, por definição, isoelásticas. **F**

- Uma curva de demanda isoelástica é uma curva ao longo da qual a elasticidade-preço permanece inalterada.

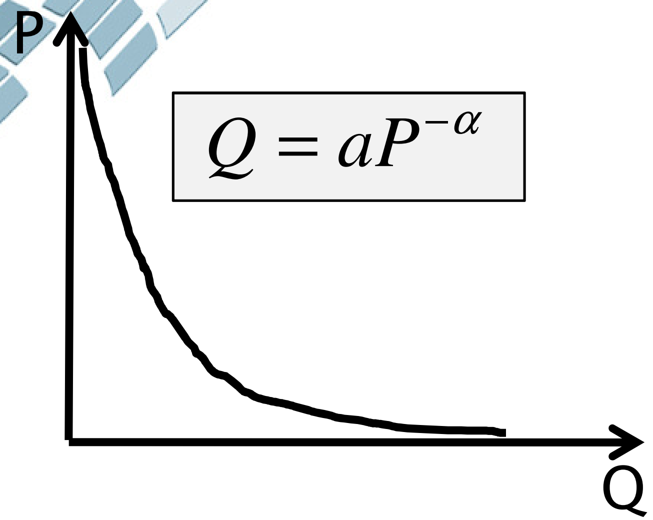
Demanda Linear

Q = a - bP

$$E_P^D \frac{dQ}{dP} \bullet \frac{P}{Q} = -b \bullet \frac{P}{Q}$$



- Existe um caso particular onde a demanda possui a mesma elasticidade para qualquer preço. Isto ocorre quando a curva de demanda é representada por uma **hipérbole equilátera**.



$$Q = aP^{-\alpha}. \quad Como \quad E_D^P = \frac{dQ}{dP} \bullet \frac{P}{Q}$$

$$E_D^P = -\alpha a P^{-\alpha-1} \bullet \frac{P}{Q}. \quad Como \quad Q = aP^{-\alpha}$$

$$E_D^P = \frac{-\alpha a P^{-\alpha-1} P}{aP^{-\alpha}} \Rightarrow \frac{-\alpha a P^{-\alpha}}{aP^{-\alpha}} \Rightarrow \boxed{E_D^P = -\alpha}$$

Questão 6

Uma firma produz um bem *Y*, utilizando a função de produção *Y* (*L*,*K*) = *LK*, sendo *w* = $2 e *r* = $1 os preços unitários dos insumos trabalho (*L*) e capital (*K*), respectivamente. Julgue as assertivas:

0) A função de produção apresenta, ao mesmo tempo, retornos crescentes de escala e produtos marginais decrescentes. **F**

- Genericamente, se tratando de uma FDP Cobb-Douglas: $Y = AK^{a}L^{\beta}$.
  - Rendimentos de Escala
    - Multiplique os fatores de produção não-rivais por uma constante arbitrária e observe o resultado.

$$Y = A\left(\lambda K\right)^{\alpha}\left(\lambda K\right)^{\beta} \Rightarrow \left[AK^{\alpha}L^{\beta}\right]\lambda^{\alpha+\beta} \Rightarrow Y\lambda^{\alpha+\beta}$$

- Logo:

  Se $(\alpha + \beta) = 1 \Rightarrow$ Rendimentos Constantes de Escala

  Se $(\alpha + \beta) > 1 \Rightarrow$ Rendimentos Crescentes de Escala

  Se $(\alpha + \beta) < 1 \Rightarrow$ Rendimentos Decrescentes de Escala

- **Produtividades Marginais**
  - Mede o efeito sobre o produto, dada uma alteração em um dos fatores de produção, mantidas as quantidades dos outros fatores constantes.

$$Y = KL$$

$$PMgK = \frac{\partial Y}{\partial K} = L \rightarrow PMgK \;\; constante.$$

$$PMgL = \frac{\partial Y}{\partial L} = K \rightarrow PMgL \; constante.$$

Uma firma produz um bem *Y* , utilizando a função de produção *Y* (*L*,*K*) = *LK* , sendo *w* = \$2 e *r* = \$1 os preços unitários dos insumos trabalho (*L*) e capital (*K*), respectivamente. Julgue as assertivas:

1) Dados os preços dos insumos, as funções de demanda pelos fatores em função da quantidade produzida são: $K(Y) = \sqrt{Y/2} \quad e \quad L(Y) = \sqrt{2Y}$. F

- **Se derivarmos a condição de equilíbrio:**
  - Minimização de custos para uma determinada produção;
  - Maximização da produção para um determinado custo total.

$$\boxed{\frac{PMgK}{PMgL} = \frac{r}{w}}$$

- Agora, podemos calcular as demandas condicionais por K e L $\longrightarrow$

- Como vimos no item anterior, PMgK = L e PMgL = K. Logo:

$$\boxed{\frac{L}{K} = \frac{r}{w} \rightarrow L = \frac{r}{w}K \quad e \quad K = \frac{w}{r}L}$$

- Substituindo na função de produção:

$$Y = K\left(\frac{r}{w}K\right) \rightarrow \boxed{K = \sqrt{Y\frac{w}{r}}} \rightarrow Demanda\ condicional\ \ por\ \ \mathrm{K}.$$

$$Y = L\left(\frac{w}{r}L\right) \rightarrow \boxed{L = \sqrt{Y\frac{r}{w}}} \rightarrow Demanda\ condicional\ \ por\ \ L.$$

- Como $r = 1$ e $w = 2$:

$$\boxed{K = \sqrt{Y\frac{2}{1}} \rightarrow K = \sqrt{2Y} \quad e \quad L = \sqrt{Y\frac{1}{2}} \rightarrow L = \sqrt{0,5Y}}$$

Logo, é Falsa.

Uma firma produz um bem *Y* , utilizando a função de produção *Y* (*L*,*K*) = *LK* , sendo *w* = \$2 e *r* = \$1 os preços unitários dos insumos trabalho (*L*) e capital (*K*), respectivamente. Julgue as assertivas:

2) A função custo total de longo prazo é dada por $CT(Y) = 2\sqrt{2Y}$. V

$$Sabemos\ que\ CT = rK + wL.\ Substituindo\ as\ demandas\ condicionais:$$

$$CT = r\sqrt{Y\frac{w}{r}} + w\sqrt{Y\frac{r}{w}} \rightarrow CT = 2\sqrt{Ywr}$$

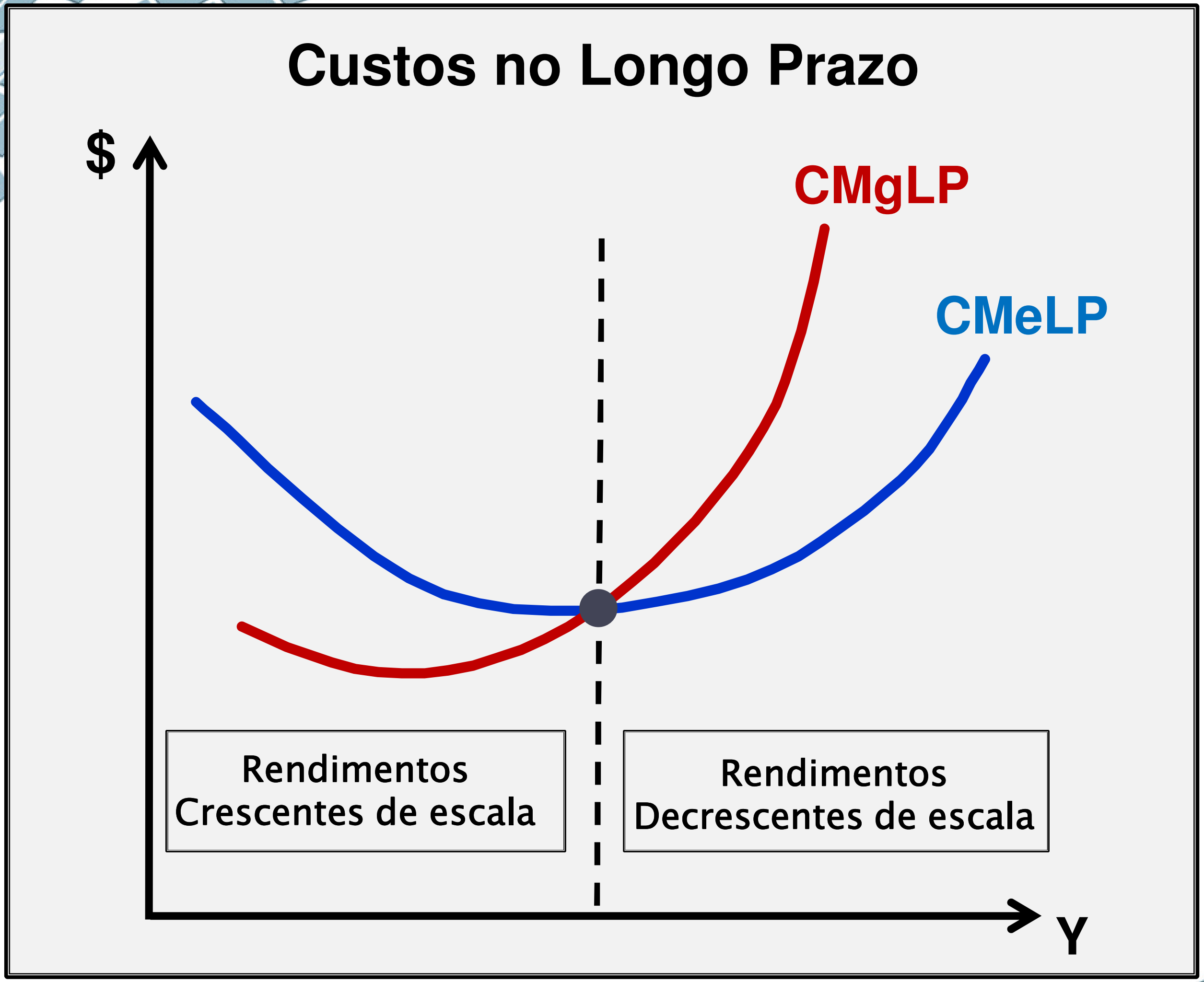
$$Como\ w = 2\ e\ r = 1:$$

$$\boxed{CT = 2\sqrt{2Y}}$$

Uma firma produz um bem *Y* , utilizando a função de produção *Y* (*L,K*) = *LK* , sendo *w* = $2 e *r* = $1 os preços unitários dos insumos trabalho (*L*) e capital (*K*), respectivamente. Julgue as assertivas:

3) Dado o retorno de escala desse caso, a curva de custo médio de longo prazo está acima da curva de custo marginal de longo prazo, sendo ambas decrescentes. V

- Como há retornos crescentes de escala, haverá economias de escala, o que implica que a curva de custo médio deva ser decrescente. Desde que o custo marginal seja definido, o custo médio será decrescente em relação à quantidade produzida se, e somente se, ele for superior ao custo marginal.


Custos no Longo Prazo
$
CMgLP
CMeLP
Rendimentos
Crescentes de escala
Rendimentos
Decrescentes de escala
Y

Uma firma produz um bem *Y* , utilizando a função de produção *Y* (*L,K*) = *LK* , sendo *w* = $2 e *r* = $1 os preços unitários dos insumos trabalho (*L*) e capital (*K*), respectivamente. Julgue as assertivas:

4) No curto prazo, se a firma possuir somente uma unidade de capital, o custo total de produzir oito unidades será $9 a mais do que o custo no longo prazo. V

- Para produzir 8 unidades, a empresa deverá arcar, no longo prazo, com um custo de:

$$\boxed{CT_{(8)} = 2\sqrt{2 \bullet 8} = 8.}$$

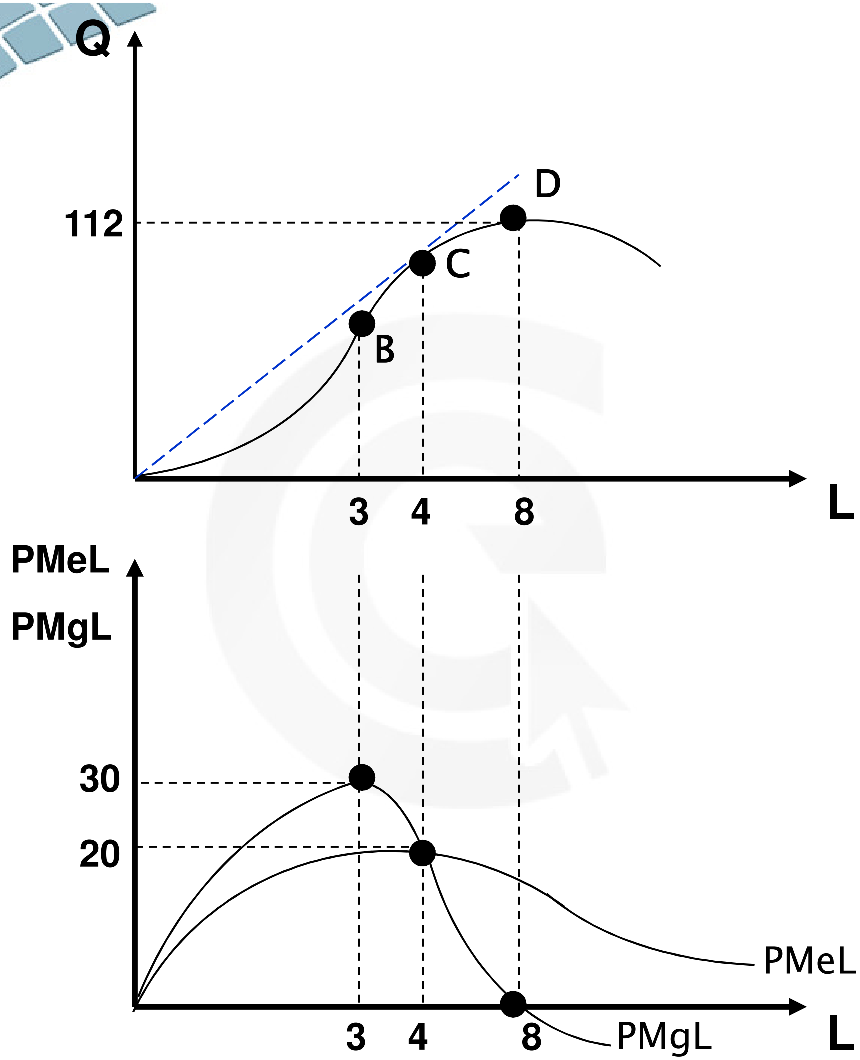
- Para produzir 8 unidades empregando apenas uma unidade de capital, a empresa deverá empregar uma quantidade de trabalho tal que *Y* (*L*,1) = *Lx1* = 8, ou seja 8 unidades de trabalho.
- Se o preço do trabalho é *w* = $2 e o preço do capital *r* = $1, então o custo de curto prazo será 1(1) + 2 (8) = 17.
- Portanto, $9 reais a mais do que o custo de longo prazo.

Questão 7

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

0) Se o produto médio do fator variável é crescente, o seu produto marginal é maior do que o seu produto médio. V

- Caso o PMgL > PMeL , os acréscimos no produto são maiores que a média. Logo, o produto médio será crescente sempre que PMgL > PMeL.



Q
112
D
C
B
3
4
8
L
PMeL
PMgL
30
20
PMeL
3
4
8
PMgL
L

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

1) A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes. V

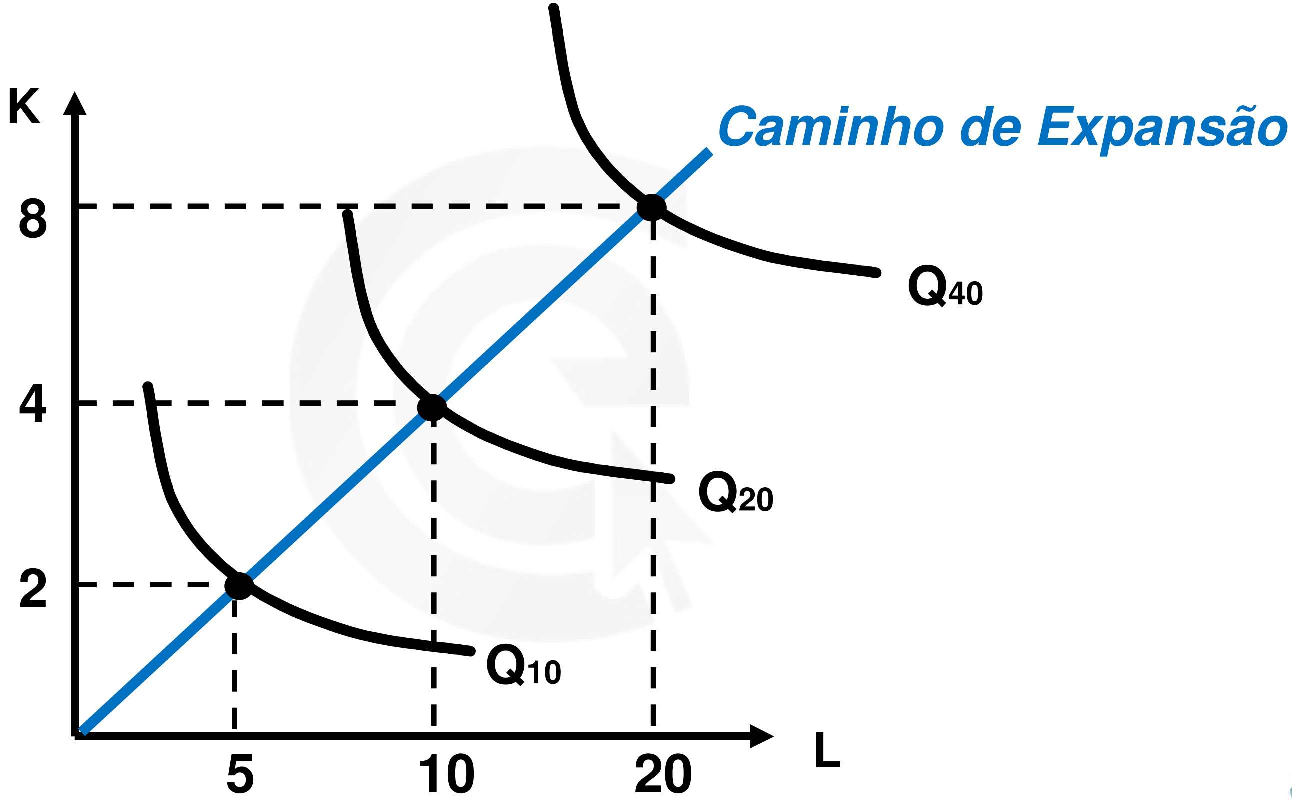
- Progresso técnico significa uma mudança na forma da função de produção.
- Essa mudança pode fazer com que um fator de produção qualquer se torne mais produtivo ainda que apresente rendimentos marginais decrescentes.

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

2) Quando o processo produtivo apresenta retornos constantes de escala, se a produção aumentar proporcionalmente, o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente. **F**

- Para uma função de produção com retornos constantes de escala, sucessivas curvas de isoquanta que representam múltiplos da mesma quantidade são igualmente espaçadas.

Rendimentos Constantes de Escala



Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

3) Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas. **V**

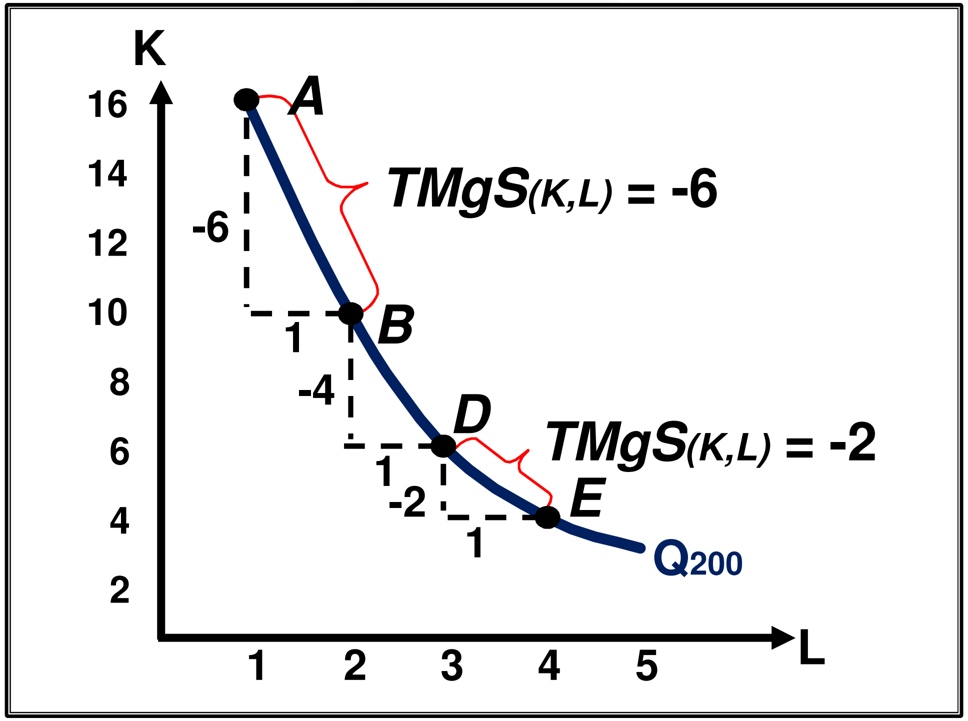
- A inclinação de uma isoquanta é dada pelo negativo da razão entre as produtividades marginais. Desse modo, se as duas produtividades marginais forem positivas, a isoquanta será, necessariamente, negativamente inclinada.

Equação da Isoquanta

$$\frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK = 0 \rightarrow \frac{dK}{dL} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = -\frac{PMgL}{PMgK} = TMgST_{(K,L)}$$

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

4) As isoquantas são convexas se a taxa marginal de substituição técnica for decrescente. **V**



Questão 8

Em um mercado competitivo do bem *x*, cem consumidores têm funções utilidade definidas por $U(x;y) = \ln x + y$; sendo que *y*, cujo preço é unitário (p_y = \$1), representa a quantidade consumida dos demais bens. Nesse mercado existem cem firmas, cada qual com função custo total dada por $CT(x) = 50x^2$.

Avalie as proposições:

0) A curva de demanda de mercado de *x* tem elasticidade-preço constante e igual a -1.

1) A curva de oferta de mercado de *x* tem elasticidade-preço constante e igual a +2.

2) Cada firma produz 10 unidades do bem *x*.

3) O excedente dos produtores é igual a 100.

4) O equilíbrio não se sustentaria no longo prazo, pois existe lucro extraordinário que convidaria a entrada no mercado.

- Primeiro precisamos encontrar as funções de demanda e de oferta do bem *x*.
- A função de demanda de cada consumidor, como de costume, é encontrada resolvendo o problema de maximização de utilidade dada a restrição orçamentária.
- Caso haja uma solução interior para esse problema, esta será uma par de quantidades positivas (*x,y*) tais que:

$$\boxed{TMgS_{(y,x)} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{P_x}{P_y} \quad e \quad m = P_x x + P_y y}$$

- Caso haja tal cesta de bens, ela será efetivamente a cesta de bens que maximiza a utilidade de cada consumidor visto que a função de utilidade $U(x,y) = \ln x + y$ é uma função côncava, o que garante a condição de máximo de segunda ordem.
- Se não houver tal par de números positivos, a solução deverá ser uma solução de canto com $x = m/p_x$ e $y = 0$, caso nesse ponto $|TMgS| \geq p_x/p_y$, ou $x = 0$ e $y = m/p_y$, caso nesse ponto a $|TMgS| \leq p_x/p_y$.

$$\boxed{U_{(x,y)} = \ln x + y}$$

$$\boxed{\begin{aligned} UMg_x &= \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{x} \\ UMg_y &= \frac{\partial U}{\partial y} = 1 \end{aligned}} \rightarrow \boxed{TMgS_{(y,x)} = \frac{1}{x}}$$

$$\boxed{Como\ P_y = 1 \rightarrow \frac{P_x}{P_y} = P_x}$$

$$Equilíbrio \rightarrow \frac{1}{x} = P_x \rightarrow P_x x = 1$$

$$Substituindo\ na\ R.O. \rightarrow P_y y + 1 = m \rightarrow y = \frac{m-1}{P_y} \rightarrow \boxed{y = m - 1}$$

$$Logo,\ como\ P_y y = m - 1 \rightarrow m - 1 + P_x x = m \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{P_x}}$$

$$OBS.: Caso\ Geral.$$

$$\frac{1}{x} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow P_y = P_x x \rightarrow P_y y + P_y = m \rightarrow y = \frac{m - P_y}{P_y} \rightarrow y = \frac{m}{P_y} - 1$$

- Como resultado, as funções de demanda pelos dois bens podem ser expressas da seguinte maneira:

$$x^*_{(P_x, P_y, m)} = \frac{1}{P_x}$$

$$y^*_{(P_x, P_y, m)} = m - 1$$

Observação importante: $\boldsymbol{U_{(x,y)} = \ln x + y}$.

Trata-se de uma função utilidade quase-linear em y, onde a TMgS(y,x) depende exclusivamente de x.

$$y^* = \frac{m}{P_y} - 1 \quad e \quad x^* = \frac{P_y}{P_x}$$

Note que, nesse caso, uma alteração no preço do bem x altera o consumo do bem somente via efeito substituição, ou seja, o efeito renda é igual a zero.

- Para encontrarmos a função de oferta de cada **empresa individual**, devemos lembrar que esta maximiza seu lucro ao produzir uma quantidade tal que P = CMg, desde que P ≥ CVM_{min}.

- No caso do exercício, o custo variável médio mínimo é igual ao custo médio, pois não há custo fixo, que é dado por:

$$CT_{(x)} = 50x^2 \rightarrow CVM = CTM = \frac{CT}{x} \rightarrow \frac{50x^2}{x} \rightarrow CTM = 50x$$

$$e\ CMg_{(x)} = \frac{dCT}{dx} \rightarrow CMg = 100x$$

- Como o custo marginal é sempre crescente e o custo variável médio mínimo é igual a zero, a empresa deverá ofertar uma quantidade do bem *x* que seja tal que:

$$\boxed{100x = P_x \rightarrow S(P_x) = \frac{P_x}{100}} \rightarrow$$

Onde $s(p_x)$ é a função de oferta de cada empresa do bem *x*.

0) A curva de demanda de mercado de *x* tem elasticidade-preço constante e igual a -1. **V**

- Dada a função de demanda individual, idêntica para todos os consumidores, podemos calcular a elasticidade-preço da demanda de mercado pelo bem x da seguinte forma:

$$x^* = \frac{1}{P_x}$$

$$E_P^d = \frac{dx}{dP_x} \bullet \frac{P_x}{x} \rightarrow -\frac{1}{P_x^2} \bullet \frac{P_x}{\frac{1}{P_x}} \rightarrow -\frac{1}{P_x^2} \bullet \frac{P_x^2}{1} \rightarrow \boxed{E_P^d = -1}$$

1) A curva de oferta de mercado de *x* tem elasticidade-preço constante e igual a +2.

F

$$S\left(P_x\right) = \frac{P_x}{100} = \frac{1}{100} \bullet P_x$$

$$E_P^S = \frac{dX}{dP_x} \bullet \frac{P_x}{X} = \frac{1}{100} \bullet \frac{P_x}{\frac{P_x}{100}} \rightarrow \boxed{E_P^S = 1}$$

2) Cada firma produz 10 unidades do bem *x*. **F**

$$Equilíbrio:$$

$$S = D \rightarrow n \bullet x^s = n \bullet x^d$$

$$100\frac{P_x}{100} = 100\frac{1}{P_x} \rightarrow P_x^2 = 100 \rightarrow \boxed{P_x = 10}$$

$$Substituindo\ na\ Demanda\ Individual:$$

$$x^d = \frac{1}{P_x} \rightarrow \boxed{x^d = \frac{1}{10}}$$

- Assim, no máximo, cada firma irá produzir, 1/10, unidades.
- Logo, o item 2 é falso.

3) O excedente dos produtores é igual a 100. **F**

- O excedente do produtor é dado pelo lucro menos o custo fixo.
- Como não temos custo fixo, o excedente do produtor é dado por $\pi - CF = \pi$.

$$\pi = RT_{\left(1/10\right)} - CT_{\left(1/10\right)} \rightarrow RT = 10 \bullet \frac{1}{10} - 50\left(\frac{1}{10}\right)^2 \rightarrow \pi = 0,5$$

- O excedente total dos produtores é dado pelo somatório dos excedentes individuais.
- Como são 100 produtores, o Excedente total = 100 x 0,5 = 50.

- Logo, o item 3 é falso.

4) O equilíbrio não se sustentaria no longo prazo, pois existe lucro extraordinário que convidaria a entrada no mercado. **V**

- O excedente derivado no item anterior é positivo. Como não há custo fixo, isso indica que o lucro das firmas é igual a esse excedente e, portanto, também é positivo, o que atrai a entrada de novas empresas.

- Logo, o item 4 é verdadeiro.

Questão 9

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

0) Uma firma monopolista, que opera com várias fábricas, aloca sua produção entre elas de forma a igualar o custo médio em cada uma das fábricas. **F**

- **Quando a produção ocorre em duas ou mais fábricas distintas, a firma deve escolher a produção em cada unidade de forma a igualar os custos marginais.**

- **Escolha do nível total de produção e da produção de cada fábrica:**
  - **Passo 1:** qualquer que seja o nível de produção, ele deve ser repartido entre as duas firmas, de forma que $CMg_1 = CMg_2$.
    - De outra forma a empresa poderia reduzir os custos e aumentar seus lucros por meio de uma redistribuição de produção.
  - **Passo 2:** como sabemos, o custo marginal de cada fábrica deve ser igual à receita marginal.

- **Algebricamente:**

Q_1 e CT_1 : Produção e Custo da Fábrica 1

Q_2 e CT_2 : Produção e Custo da Fábrica 2

Produção Total : $Q_T = Q_1 + Q_2$

$$Lucro: \ \pi = PQ_T - CT_1(Q_1) - CT_2(Q_2)$$

$$Máximo \ Lucro \ para \ a \ firma \ 1 \Rightarrow \frac{\Delta\pi}{\Delta Q_1} = \underbrace{\boxed{\frac{\Delta(PQ_T)}{\Delta Q_1}}}_{\text{RMg1}} - \underbrace{\boxed{\frac{\Delta CT_1}{\Delta Q_1}}}_{\text{CMg1}} = 0$$

- Procedendo da mesma forma para a fábrica 2:

$$RMg = CMg_1$$

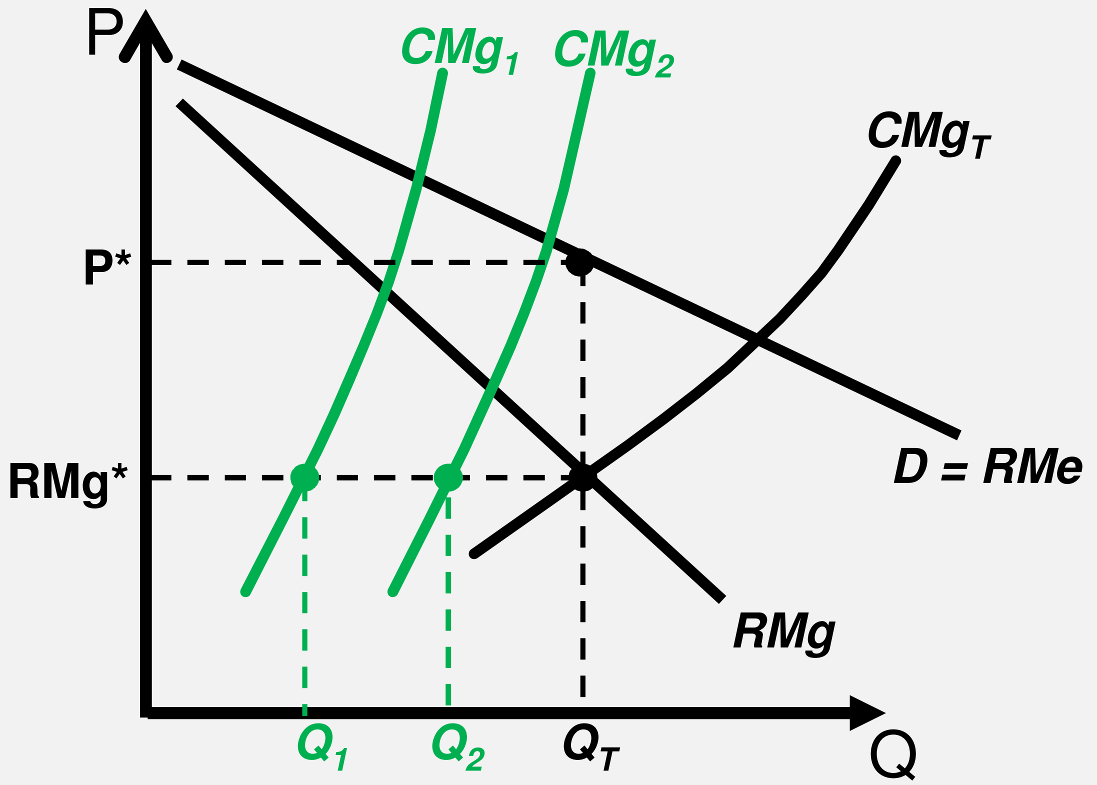
$$RMg = CMg_2$$

$$Como\ CMg_1 = CMg_2\ temos:$$

$$\boxed{RMg = CMg_1 = CMg_2}$$

- O gráfico a seguir representa uma empresa com duas fábricas, onde o $CMg_1 > CMg_2$.
- A curva de CMg_T é a soma horizontal das curvas de CMg_1 e CMg_2.
- É possível calcular Q_1, Q_2 e Q_T para a maximização do lucro, fazendo $RMg = CMg_T$, determinando assim a produção total.
  - Depois, podemos calcular Q_1 e Q_2, notando que, nesse caso, $Q_1 < Q_2$, pois $CMg_1 > CMg_2$.

Monopólio: Empresa com Múltiplas Instalações.



Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

1) Uma firma capaz de discriminação de preços de terceiro grau obtém lucro maior ou igual, em comparação com a situação na qual ela não fosse capaz de discriminar. **V**

- A **capacidade** de discriminar preços entre mercados (discriminação de terceiro grau) não impede a firma de praticar o mesmo preço nos diferentes mercados.
- Assim, a firma discriminadora de preços sempre pode, na pior das hipóteses praticar o mesmo preço em todos os mercados obtendo o mesmo lucro que obteria caso não fosse capaz de discriminar preços.

- **Discriminação de Terceiro Grau:**
  - Cobrar preços diferentes em mercados diferentes, dependendo da elasticidade preço da demanda.
  - Preço mais elevado no mercado onde a elasticidade preço da demanda é menor e preço mais baixo onde a elasticidade preço da demanda é maior.

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

2) Uma firma monopolista, que se depara com curva de demanda com elasticidade constante, é indiferente sobre a quantidade produzida. **F**

- **Para uma curva de demanda dada, a quantidade produzida dependerá do valor da elasticidade e do CMg.**

$$\textit{Utilizando a regra de mark}-\textit{up}:$$

$$\boxed{P + P\left[\frac{1}{E_D}\right]} = CMg \Rightarrow P\left(1+\frac{1}{E_D}\right) = CMg \Rightarrow \boxed{P^* = \frac{CMg}{\left(1+\frac{1}{E_D}\right)}}$$

RMg em função da Elasticidade preço da demanda

Q* ← Demanda

$$\boxed{RT = PQ}$$

Dada uma variação em P, teremos $(P + \Delta P)\ e\ (Q + \Delta Q)$.

$$Logo:$$

$$RT_1 = (P + \Delta P) \bullet (Q + \Delta Q) \rightarrow PQ + P\Delta Q + Q\Delta P + \Delta P \Delta Q$$

zero, para pequenas variações em P e Q.

$$RT_1 - RT = \Delta RT = P\Delta Q + Q\Delta P$$

$$Como\ \ RMg = \frac{\Delta RT}{\Delta Q} \rightarrow RMg = P + Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}$$

$$Multiplicando\ e\ dividindo\ o\ segundo\ termo\ por\ P:$$

$$RMg = P + P\left(\frac{Q}{P}\frac{\Delta P}{\Delta Q}\right) \rightarrow \boxed{RMg = P + P\left(\frac{1}{E_D}\right)}$$

- **Exemplo:**

$$Suponha: \quad Q = 100P^{-2} \quad e \quad CMg = 50.$$

$$P^* = \frac{50}{\left(1 + \frac{1}{-2}\right)} \rightarrow P^* = 100$$

$$Como \;\; Q = \frac{100}{P^2} \rightarrow Q^* = 0,01$$

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

3) Para obter eficiência econômica, o regulador de um monopólio natural deve escolher a alocação que minimiza o custo médio unitário da firma. **F**

- A produção eficiente ocorre quando o custo marginal de produção se iguala ao preço de demanda (resultado de concorrência perfeita).
  - Usualmente, essa alocação não é a alocação de custo médio mínimo.

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

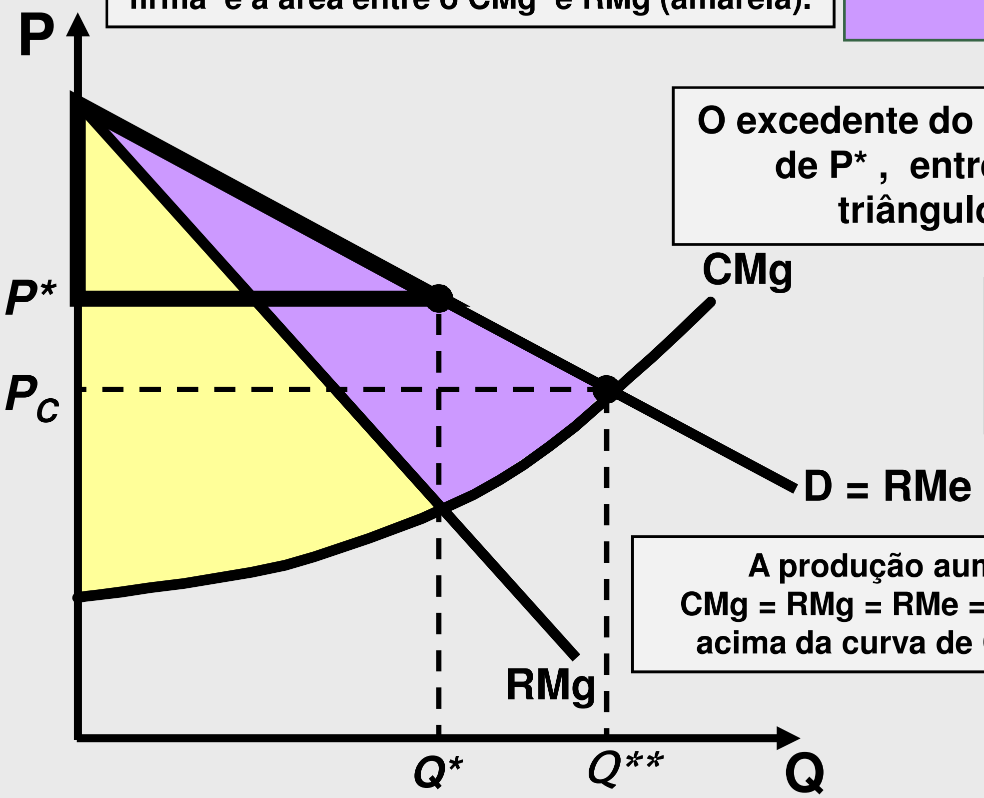
4) Se o monopolista for capaz de realizar discriminação de preços de primeiro grau, a alocação de recursos será eficiente em termos paretianos. **V**

- A discriminação perfeita de preços (discriminação de primeiro grau), onde o monopolista cobra o preço de reserva de cada consumidor possui as seguintes características:
  - a quantidade produzida será idêntica a quantidade que seria ofertada em um mercado concorrencial perfeito;
  - o resultado é ótimo, no sentido de Pareto (maximização do excedente total);
  - o monopolista captura todo o excedente do consumidor.

Na ausência de discriminação de preço, a produção é Q* e o preço é P*. O lucro da firma é a área entre o CMg e RMg (amarela).

Lucro adicional gerado por meio da discriminação de preço perfeita de primeiro grau

O excedente do consumidor é a área acima de P* , entre 0 e Q* de produção (o triângulo preto acima de P*)



Com discriminação perfeita, cada consumidor paga o preço máximo que estaria disposto a pagar.

A produção aumenta para Q** e o preço cai para P_C onde CMg = RMg = RMe = D. O aumento dos lucros corresponde à área acima da curva de CMg, entre as curvas de RMg e D (área lilás)

Questão 10

Ana ganhou um bilhete de uma loteria que paga \$0 ou \$4 com probabilidade p = 1/2 para cada evento. Sua função utilidade é $U_A(w) = \sqrt{w}$, sendo w a quantidade de dinheiro envolvida. Ana conhece Maria, cuja função utilidade é $U_M(w) = w$. A avaliação que ambas fazem de situações envolvendo risco é descrita por funções de utilidade de von Neumann-Morgenstern. Avalie:

- **Observando o enunciado e o item 2, notamos que a questão contempla três agentes com preferências diferentes em relação ao risco.**
  - **Ana é avessa ao risco:** $U_A(w) = \sqrt{w}$.
    - Prefere uma renda certa do que uma renda incerta com o mesmo valor esperado (função utilidade côncava).
  - **Maria é neutra ao risco:** $U_M(w) = w$.
    - É indiferente entre uma renda certa e uma renda incerta com o mesmo valor esperado (função utilidade linear).
  - **Júlia é propensa ao risco:** $U_J(w) = w^2$.
    - Prefere uma renda incerta do que uma renda certa com o mesmo valor esperado (função utilidade convexa)

- As utilidades esperadas podem ser calculadas da seguinte forma:

$Ana \rightarrow UE_A = 0,5 \bullet \sqrt{0} + 0,5 \bullet \sqrt{4} = 1$	$U_A(w) = \sqrt{w}$
$Maria \rightarrow UE_M = 0,5 \bullet 0 + 0,5 \bullet 4 = 2$	$U_M(w) = w$
$Júlia \rightarrow UE_J = 0,5 \bullet 0^2 + 0,5 \bullet 4^2 = 8$	$U_J(w) = w^2$

- **Equivalente Certo ou de Certeza:**
  - Valor monetário que deixa o indivíduo indiferente entre participar ou não de uma loteria. Dito de outro modo, o equivalente certo (EC) é o montante que o indivíduo aceitaria receber com certeza para não entrar numa loteria.

- **Prêmio de Risco:**
  - Diferença entre o valor esperado de uma loteria e o equivalente certo.
    - Para uma pessoa avessa ao risco, seria o montante que ela estaria disposta a pagar para se livrar do risco. Para uma pessoa propensa ao risco, o mínimo que ela estaria disposta a receber para ter risco.

- Como, no caso dessa loteria, o valor esperado é igual a \$2 (0,5x\$0+0,5x\$4):
  - O EC para uma pessoa avessa ao risco tem que ser menor do que 2.
  - O EC para uma pessoa propensa ao risco tem que ser maior do que 2.
  - O EC para uma pessoa neutra ao risco tem que ser 0.

- Para encontrarmos o valor da renda relativo ao equivalente da certeza, temos que igualar a utilidade esperada da loteria à utilidade esperada referente ao equivalente certo:

$$EC_A : 1 = \sqrt{w_{EC}^A} \rightarrow w_{EC}^A = \$1$$

$$EC_M : 2 = w_{EC}^M \rightarrow w_{EC}^M = \$2$$

$$EC_J : 8 = \left(w_{EC}^J\right)^2 \rightarrow w_{EC}^J = \$2,83 = 2\sqrt{2}$$

$$Lembre - se\ que:$$

$$UE_A = 0,5 \bullet \sqrt{0} + 0,5 \bullet \sqrt{4} = 1$$

$$UE_M = 0,5 \bullet 0 + 0,5 \bullet 4 = 2$$

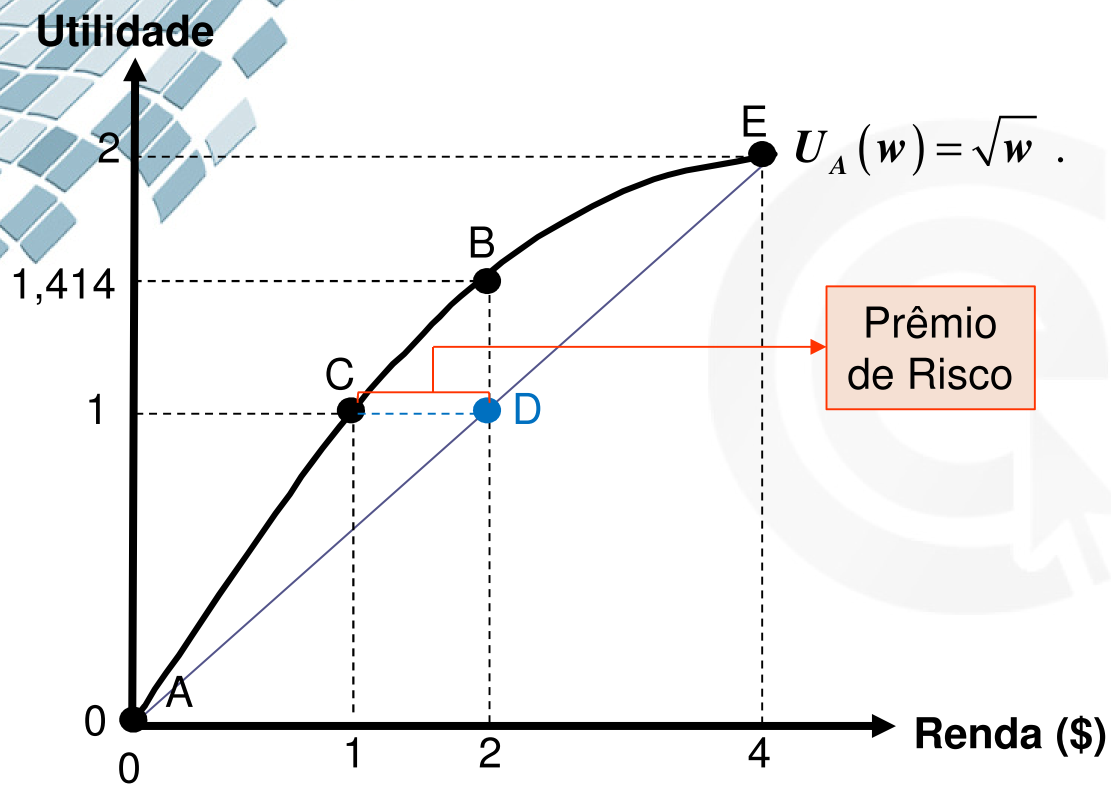
$$UE_J = 0,5 \bullet 0^2 + 0,5 \bullet 4^2 = 8$$

- Assim, o **prêmio de risco** (diferença entre o valor esperado de uma loteria e o equivalente certo) de cada uma seria:

$$PR_A = \$2 - \$1 = \$1$$
$$PR_M = \$2 - \$2 = \$0$$
$$PR_J = \$2 - \$2,83 = -\$0,83$$

- Note então que (como era esperado):
  - Ana estaria disposta a pagar até $1 para se livrar do risco.
  - Maria não estaria disposta a pagar qualquer valor para se livrar do risco.
  - Júlia teria que ser remunerada para abrir mão do risco.

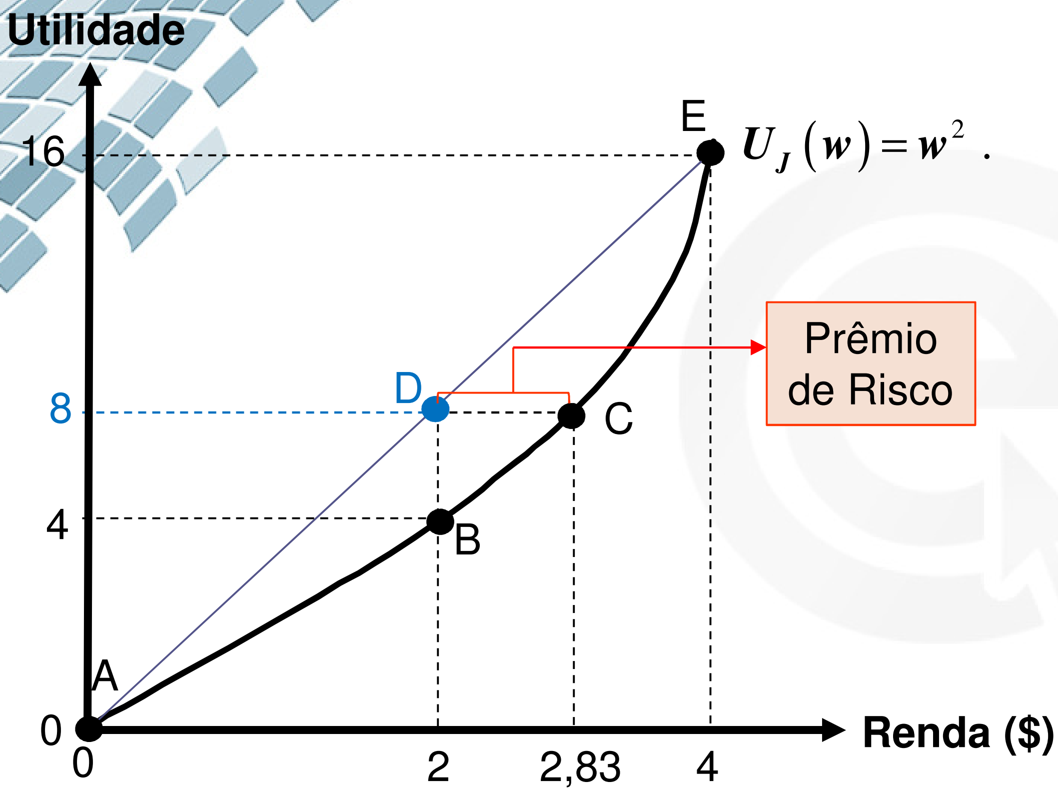
Ana: Avessa ao Risco



Ana é avessa ao risco porque prefere uma renda certa de $2 (com uma utilidade de 1,414) a apostar em 0,5 de probabilidade de receber uma renda de $4 e 0,5 de probabilidade de receber uma renda de $0.

Aqui, o prêmio de risco é $1 porque uma renda certa de $1 (ponto C) dá ao indivíduo a mesma utilidade esperada (1) de uma renda incerta cujo valor esperado é $2 (com 0,5 de probabilidade de estar no ponto A e 0,5 de probabilidade de estar no ponto E).

Júlia: Propensa ao Risco



Júlia é propensa ao risco porque prefere uma renda incerta de $2 (com uma utilidade de 8) do que uma renda certa de $2 (com utilidade de 4).

Aqui, o prêmio de risco é -$0,83 porque uma renda certa de $2,83 (ponto C) dá ao indivíduo a mesma utilidade esperada (8) de uma renda incerta cujo valor esperado é $2.

0) Ana é indiferente entre participar da loteria e ganhar $1 com certeza. **V**

- Como acabamos de ver, o item é verdadeiro (Ana é avessa ao risco).

1) Se Ana vendesse o bilhete para Maria, o preço *p* do bilhete estaria no intervalo $\$1 \leq p \leq \$2$. **V**

- Comparando os ECs de Ana e Maria, notamos que:
  - Ana (avessa) gostaria de vender acima de $1 , mas maria (neutra) só compraria até o preço de $2.

2) Se Júlia (com função utilidade $U_J = w^2$ concorresse com Maria pelo bilhete de Ana, Julia compraria o mesmo a um preço p no intervalo $\$2 \leq p \leq \$2\sqrt{2}$. **V**

- Comparando os Ecs das três:
  - Júlia compraria até $\$2,83\left(2\sqrt{2}\right)$. Como Maria compraria até $2, Júlia sabe que logrará o bilhete se disser a Ana que compra a partir de $2, até $\$2,83\left(2\sqrt{2}\right)$.

3) Como Ana é avessa ao risco, ela não compraria o bilhete que ganhou. **F**

- Ana comprará o bilhete desde que o preço seja inferior ou igual a $1.

4) O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana é crescente em relação a *w*. **F**

- Como vimos anteriormente, Ana é avessa ao risco, pois a sua função utilidade em relação à riqueza é côncava em relação à origem.
- Desta forma, à medida que o grau de risco aumenta, o retorno esperado exigido para manter a utilidade constante deve aumentar mais que proporcionalmente ao aumento do risco.

- **Entretanto, uma pergunta não foi respondida:**
- caso a riqueza de Ana aumente, ela aplicará mais ou menos em ativos de risco ?
  - Se o volume aumentar (valor absoluto), diz-se que o agente (no caso, Ana) possui aversão absoluta ao risco decrescente.
  - Se o volume permanecer inalterado (valor absoluto), diz-se que o agente possui aversão absoluta ao risco constante.
  - Se o volume diminuir (valor absoluto), diz-se que o agente possui aversão absoluta ao risco crescente.

- O economistas Kenneth Arrow e John W. Pratt demonstraram que os resultados anteriores podem ser resumidos em uma formula matemática denominada coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt.

$$\boxed{R_A(W) = -\frac{U''(W)}{U'(W)}}$$

- Aversão Absoluta ao Risco Decrescente $\Rightarrow R_A'(W) < 0$
- Aversão Absoluta ao Risco Constante $\Rightarrow R_A'(W) = 0$
- Aversão Absoluta ao Risco Crescente $\Rightarrow R_A'(W) > 0$

$$Sendo\ U_A(w)=\sqrt{w}:$$

$$U_A^{'}(w)=\frac{1}{2}w^{-\frac{1}{2}}\ \ e\ \ U_A^{''}(w)=-\frac{1}{4}w^{-\frac{3}{2}}$$

$$Logo:\ \ R_A(w)=\frac{-\frac{1}{4}w^{-\frac{3}{2}}}{\frac{1}{2}w^{-\frac{1}{2}}}\rightarrow R_A(w)=\frac{1}{2}w^{-1}$$

- Derivando o coeficiente de Arrow-Pratt de aversão absoluta ao risco de Ana em relação a w:

$$\frac{dR_A(w)}{dw}=-\frac{1}{2}w^{-2}<0$$

Ana possui aversão absoluta ao risco decrescente. Logo, um aumento em sua riqueza fará com que ela aplique mais recursos em ativos de risco (em termos absolutos).

Questão 11

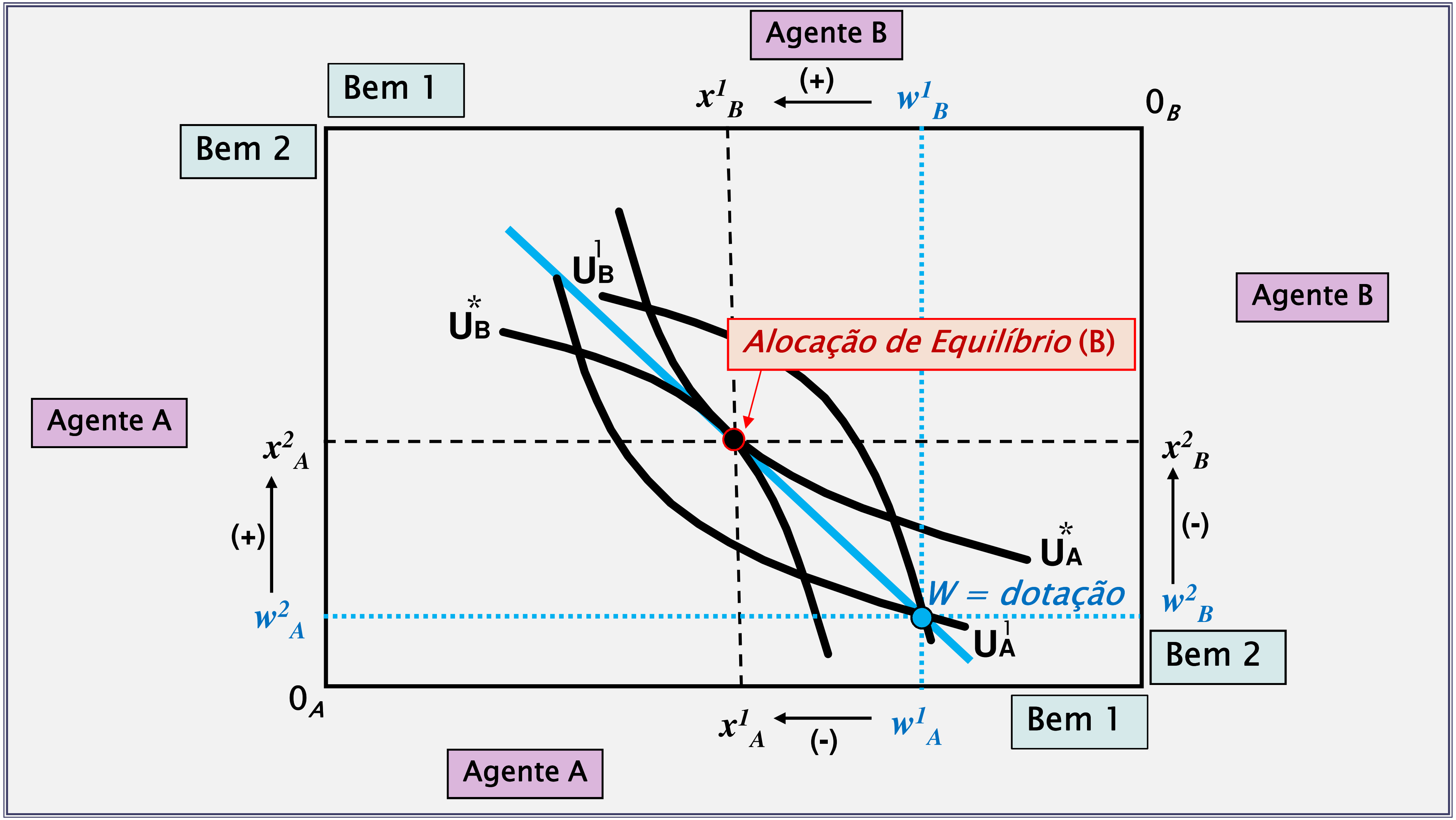
Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

0) A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada é zero para todas as escolhas de preços possíveis, e não apenas para os preços de equilíbrio. **F**

O gabarito definitivo foi alterado de V para F.

- Começaremos representando o equilíbrio nas trocas, para depois provarmos a Lei de Walras.
- Com isso, veremos que, pela lei de Walras, o valor da demanda ***excedente agregada*** é idêntico a zero para qualquer vetor de preços, desde que todos os consumidores demandem cestas de bens sobre suas linhas de restrição orçamentária.
- **Isso significa que o valor da demanda agregada será sempre igual ao valor da oferta agregada da economia, podendo ambos serem diferentes de zero.**
- **Por isso, veremos que o item 0 é falso.**

- **Análise de Equilíbrio Geral**
- As trocas aumentam a eficiência, levando a uma situação a partir da qual não é possível aumentar o bem-estar de qualquer indivíduo sem que alguma outra pessoa seja prejudicada (alocação Pareto-eficiente).
- **Premissas**
  - Dois consumidores (A e B).
  - Dois bens (1 e 2) , cuja oferta total é fixa (w_A e w_B são as dotações iniciais dos consumidores).
  - Ambos os consumidores conhecem as preferências do outro.
  - As trocas não envolvem custos de transação.
- **Diagrama da caixa de Edgeworth**
  - O conjunto de trocas possíveis e de alocações eficientes pode ser ilustrado por meio de um diagrama conhecido como caixa de Edgeworth.



Agente B
Bem 1
(+)
x^1_B
w^1_B
0_B
Bem 2
U^1_B
U^*_B
Alocação de Equilíbrio (B)
Agente B
Agente A
x^2_A
x^2_B
(+)
(-)
U^*_A
W = dotação
w^2_A
w^2_B
U^1_A
Bem 2
0_A
x^1_A
(-)
w^1_A
Bem 1
Agente A

- **No ponto W (dotação inicial) : $U_A = U_B$.**
- **Aumentando a utilidade dos dois indivíduos.**
  - O indivíduo A cede unidades do bem 1 em troca de unidades do bem 2. Logo, o indivíduo 2 cede unidades do bem 2 em troca de unidades do bem 1.
  - A troca ocorrerá enquanto a $TMgS_A \neq TMgS_B$.
  - Depois que todas as trocas vantajosas forem realizadas, os indivíduos estarão no ponto B, onde a $TMgS_A = TMgS_B$.
- Todos os pontos de tangência entre as curvas de indiferença são eficientes.
  - A curva de contrato mostra todas as alocações que são ***Pareto-eficientes****.*
- Uma **alocação Pareto-eficiente** ocorre quando não são possíveis trocas que aumentem o bem-estar de um consumidor sem a redução do bem-estar de outro.

- **Primeiro Teorema do Bem-Estar**
  - Em um mercado competitivo, todas as trocas mutuamente vantajosas serão realizadas, e a alocação de equilíbrio resultante será economicamente eficiente.

- Uma alocação eficiente também é necessariamente equitativa? Não.

A Álgebra do Equilíbrio

- Sendo $x_A^1(p_1, p_2)$ a função de demanda do agente A pelo bem 1 e $x_B^1(p_1, p_2)$ a função de demanda do agente B pelo bem 1 e definindo a expressão análoga para o bem 2, poderemos descrever esse equilíbrio como o conjunto de preços (p_1^*, p_2^*) de modo que:

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = w_A^1 + w_B^1$$
$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = w_A^2 + w_B^2$$

A demanda total de cada bem deve igualar-se à oferta total.

$$Rearranjando:$$
$$\left[x_A^1(p_1^*, p_2^*) - w_A^1\right] + \left[x_B^1(p_1^*, p_2^*) - w_B^1\right] = 0$$
$$\left[x_A^2(p_1^*, p_2^*) - w_A^2\right] + \left[x_B^2(p_1^*, p_2^*) - w_B^2\right] = 0$$

A soma das demandas líquidas de cada agente por cada bem deve ser igual a zero

- A quantidade líquida que A escolhe demandar (ou ofertar) tem de ser igual à quantidade líquida que B escolhe ofertar (ou demandar).

- Outra formulação dessas equações de equilíbrio resulta do conceito de função de demanda excedente agregada (demanda líquida).

$$\left.\begin{aligned} e_A^1(p_1, p_2) &= x_A^1(p_1, p_2) - w_A^1 \\ e_A^2(p_1, p_2) &= x_A^2(p_1, p_2) - w_A^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\text{Diferença entre o que A deseja consumir e sua dotação inicial.}}$$

$$\left.\begin{aligned} e_B^1(p_1, p_2) &= x_B^1(p_1, p_2) - w_B^1 \\ e_B^2(p_1, p_2) &= x_B^2(p_1, p_2) - w_B^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\text{Diferença entre o que B deseja consumir e sua dotação inicial.}}$$

- Somando as demandas líquidas do agente A e do agente B pelos bens 1 e 2:

$$z_1(p_1, p_2) = e_A^1(p_1, p_2) + e_B^1(p_1, p_2)$$
$$= x_A^1(p_1, p_2) + x_B^1(p_1, p_2) - w_A^1 - w_B^1$$

$$z_2(p_1, p_2) = e_A^2(p_1, p_2) + e_B^2(p_1, p_2)$$
$$= x_A^2(p_1, p_2) + x_B^2(p_1, p_2) - w_A^2 - w_B^2$$

- Agora temos as demandas excedentes agregadas pelos bens 1 e 2:
- Podemos então descrever um equilíbrio (p_1^*, p_2^*) mediante a afirmação de que a demanda excedente agregada de cada bem é zero:

$$z_1(p_1, p_2) = 0$$
$$z_2(p_1, p_2) = 0$$

- O resultado anterior nos diz que, se a demanda excedente agregada pelo bem 1 for zero, a demanda excedente agregada pelo bem 2 terá, necessariamente, de ser zero.
- Para provar isso, é conveniente primeiro estabelecer uma propriedade da função de demanda excedente agregada conhecida como **lei de Walras**.

- Portanto, a **lei de Walras** afirma que (veja a prova formal no livro do Varian):

$$\boxed{p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0 \ , \ \forall \ (p_1, p_2) > (0,0).}$$

- Logo, se encontrarmos um conjunto de preços (p_1^*, p_2^*) onde a demanda pelo bem 1 for igual a oferta do bem 1, a demanda pelo bem 2 será igual a oferta do bem 2.
- De forma geral, se existem *n* mercados e *n-1* mercados estão em equilíbrio, todos os mercados estarão em equilíbrio.

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

1) O pressuposto de que a função de demanda excedente agregada seja uma função contínua não é indispensável à demonstração da existência do equilíbrio nos modelos de equilíbrio geral. **F - Duvidosa**

- **A afirmação é confusa.** “Não é indispensável” quer dizer que a hipótese de continuidade pode ser desconsiderada ou é irrelevante ? É dispensável ?
- O que sabemos é que se as preferências dos consumidores forem contínuas, estritamente convexas e crescentes, então a função de demanda excedente agregada é uma função contínua. Logo, de uma forma geral, ela é indispensável.
- Tal hipótese só pode ser desconsiderada se houver um grande número de consumidores.

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

2) Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda agregada será contínua. **V**

Contestável

- Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda será contínua.
- Isso, desde que interpretemos a hipótese de que os consumidores sejam pequenos como estando diretamente relacionada à existência de um grande número de consumidores.
  - Nesse caso, podemos dispensar a hipótese de continuidade.
  - Adicionalmente, sendo bastante rigoroso, precisaríamos que o número de consumidores que apresentam descontinuidade em suas funções de demanda individuais ao mesmo vetor de preços seja contável.

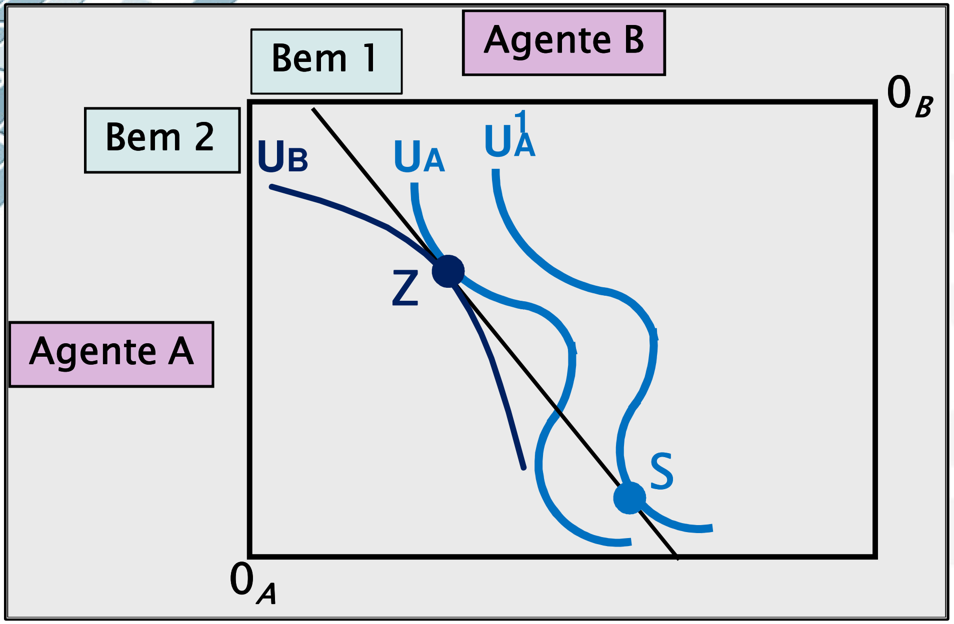
Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

3) Pelo primeiro teorema do bem-estar, todos os equilíbrios em mercados competitivos serão Pareto-eficientes. **V**

- Como vimos, esse é o enunciado do primeiro teorema do bem-estar social.

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

4) Se as preferências não forem convexas, algumas alocações Pareto-eficientes não serão alcançadas por mercados competitivos. **V**



A alocação representada pelo ponto Z é eficiente no sentido de Pareto, mas a TMgS comum aos dois consumidores não pode ser suportada como sendo um vetor de preços em um equilíbrio competitivo, pois o consumidor A escolheria a cesta de bens representada pelo ponto S.

- O segundo teorema do bem-estar social estabelece que qualquer alocação Pareto-eficiente pode ser obtida por meio de um equilíbrio competitivo, mas as preferências precisam ser convexas.

Questão 12

Robson Crusoé (*A*) e Sexta-Feira (*B*) têm preferências idênticas sobre cocos (*X*) e peixes (*Y*), representadas pela função utilidade *U*(*X,Y*) = ln*X*+*Y* . A dotação de bens de Crusoé é $\left(w_x^A; w_y^A\right) = (5;10)$ e a de Sexta-Feira é $\left(w_x^B; w_y^B\right) = (15;5)$. Fixando o preço do coco em uma unidade (p_x = $1), avalie as afirmações:

- Primeiramente, observe que temos aa mesma função utilidade (idêntica para ambos os agentes) com a qual trabalhamos na questão 8. Adicionalmente, o enunciado dessa questão informa que $P_x = 1$.
- Logo, já sabemos que:

$$x^A = \frac{P_y}{P_x} = P_y \quad e \quad x^B = \frac{P_y}{P_x} = P_y$$

$$y^A = \frac{m_A}{P_y} - 1 = \frac{5+10P_y}{P_y} - 1 \quad e \quad y^B = \frac{m_B}{P_y} - 1 = \frac{15+5P_y}{P_y} - 1$$

$$Pois:$$

$$m_A = 5 + 10P_y$$

$$m_B = 15 + 5P_y$$

0) Como a utilidade é quase linear, a quantidade de cocos demandada é fixa, não dependendo dos preços relativos. **F**

$$Como\ as\ demandas\ por\ cocos(x)\ são\ dadas\ por:$$

$$x^A = \frac{P_y}{P_x} \quad e \quad x^B = \frac{P_y}{P_x}$$

A quantidade demandada de cocos depende dos preços relativos.

1) O preço de equilíbrio do peixe é p_y = \$10. V

- Precisamos igualar as demandas ótimas dos agentes A e B de cada bem (nesse caso, faremos apenas para o bem x) às dotações dos bens (no caso o bem x).
  - Lembre-se que, nesse caso, com Px = 1, x = Py .

$$\left(x^A + x^B\right) = \left(w_x^A + w_x^B\right)$$

$$P_y + P_y = 5 + 15 \rightarrow 2P_y = 20$$

$$P_y = 10$$

2) No equilíbrio, a quantidade demandada líquida de Robson por cocos é igual a cinco unidades. V

- A demanda líquida por cocos(x) de Robinson Crusoé é dada por:

$$e_X^A = X_A - w_X^A$$

- Logo, substituindo o resultado encontrado no item anterior na demanda de Robinson Crusoé por cocos:

$$x^A - w_x^A \rightarrow P_y - 5 = 10 - 5 = 5$$

3) Se o leiloeiro walrasiano anunciar p_y = \$5, haverá excesso de oferta de 15 peixes. **F**

- Primeiro devemos encontrar as demandas ótimas por peixes(y) dos dois consumidores, substituindo o valor das dotações nas funções de demanda. Como vimos, temos:

$$y^A = \frac{m_A}{P_y} - 1 = \frac{5 + 10P_y}{P_y} - 1: \ P_y = 5 \rightarrow y^A = \frac{5 + 10(5)}{5} - 1 \rightarrow y^A = 10$$

$$y^B = \frac{m_B}{P_y} - 1 = \frac{15 + 5P_y}{P_y} - 1: \ P_y = 5 \rightarrow y^B = \frac{15 + 5(5)}{5} - 1 \rightarrow y^B = 7$$

$$Z(Py)\left(y^A + y^B\right) - \left(w_y^A + w_y^B\right) \rightarrow 17 - 15 = 2$$

- Logo, ao preço de \$5, a demanda por peixes será 17. Como a oferta (dotação) é igual a 15, teríamos excesso de demanda.

4) Com o preço de desequilíbrio $p_y = 5$ a Lei de Walras é verificada, pois Robson não oferta nem demanda e Sexta-feira pretende vender e comprar \$10, de modo que a soma do valor dos excessos de demanda por cada bem se anula. **V**

- Calculamos no item anterior um excesso de demanda de 2 no mercado de peixes(y), quando o preço do peixe foi fixado em \$5 ($P_y = 5$).
- Para verificarmos a validade da lei de Walras, vamos calcular a demanda líquida por cocos(x), lembrando que $P_x = 1$.

$$x^A = \frac{P_y}{P_x} = \frac{5}{1} = 5 \quad e \quad x^B = \frac{P_y}{P_x} = \frac{5}{1} = 5. \quad Com\ isso:$$

$$Z(x) = \left(x^A + x^B\right) - \left(w^A + w^B\right) \rightarrow (5+5) - (5+15) = -10$$

Excesso de oferta igual a 10.

$$Lei\ de\ Walras \rightarrow P_x \bullet Z(P_x) + P_y \bullet Z(P_y) = 0$$

$$(1) \bullet (-10) + (5) \bullet (2) = 0$$

Questão 13

Seja um jogo estritamente competitivo em um mercado com apenas duas empresas, em que a empresa 1 pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: A, B, C e D; e a empresa 2 também pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: R, S, T e U. A parcela de mercado da empresa 1 se encontra descrita na tabela abaixo, de acordo com a estratégia de venda que ela e a empresa 2 escolherem. Responda qual será a parcela de mercado da empresa 2 no ponto de sela, expressando o valor em percentagem.

	Empresa 2			
Empresa 1	**R**	**S**	**T**	**U**
A	10	20	15	30
B	40	30	50	55
C	35	25	20	40
D	25	15	35	60

- **Como veremos, a resposta é 70.**
- Observe que são duas empresas e a tabela fornece a participação de mercado da empresa 1. Logo, podemos calcular a participação de mercado da empresa 2, construindo assim uma matriz de *payoff* com as participações de mercado das empresas 1 e 2.
- Depois disso, devemos lembrar que o ponto de sela de um jogo de soma zero é o perfil de estratégias de *maxmin*/*minmax*. Em outras palavras, é o perfil de estratégias que constitui o equilíbrio de Nash desse jogo.
- Veremos que, no caso desse jogo, o equilíbrio de Nash ocorre quando a Empresa 1 escolhe a estratégia B e a empresa 2 escolhe a estratégia S. Nesse ponto, a participação de mercado da empresa A é 30% e, portanto, a participação da empresa B será de 70%.

Participações da Empresa A				
	Empresa 2			
Empresa 1	**R**	**S**	**T**	**U**
A	10	20	15	30
B	40	30	50	55
C	35	25	20	40
D	25	15	35	60

Matriz de *Pay-off*				
	Empresa 2			
Empresa 1	**R**	**S**	**T**	**U**
A	10 , $\boxed{90}$	20 , 80	15 , 85	30 , 70
B	$\boxed{40}$, 60	$\boxed{30}$, $\boxed{70}$	$\boxed{50}$, 50	55 , 45
C	35 , 65	25 , 75	20 , $\boxed{80}$	40 , 60
D	25 , 75	15 , $\boxed{85}$	35 , 65	$\boxed{60}$, 40

Questão 14

Duas firmas produzem um bem com preço unitário constante p = \$12. A primeira, situada na margem de um rio, opera com função custo $c(x) = x^2$, sendo x a quantidade do bem produzida por ela. A outra firma, localizada pouco adiante no mesmo rio, produz a quantidade y do mesmo bem, com custo expresso por $c(y) = y^2 + (1/2)x^2$. O último componente dessa expressão representa a externalidade negativa gerada pela poluição do rio por parte da outra firma. Calcule a redução no número de unidades produzidas pela firma poluidora, caso ambas decidam explorar, com a fusão entre as firmas, os ganhos derivados da internalização da externalidade. **Resposta: 02.**

- Não havendo coordenação entre as firmas, a primeira deve escolher um nível de produção que iguala seu custo marginal ao preço do produto. Logo, como o $CMg_1 = 2x$:

$$2x = 12 \rightarrow x_1 = 6$$

- Caso as duas firmas realizem uma fusão o lucro da nova empresa será:

$$12(x+y) - 1,5x^2 - y^2$$

- Para maximizar o lucro, devemos escolher um valor de *x* que satisfaça a condição de lucro máximo de primeira ordem, ou seja, a derivada parcial dessa função em relação a *x* deve ser igual a zero.

$$\frac{\partial\left[12(x+y) - 1,5x^2 - y^2\right]}{\partial x} = 0 \rightarrow 12 - 3x = 0 \rightarrow x_c = 4$$

- Assim, após a fusão, a quantidade produzida pela empresa poluidora será reduzida de 6 para 4, ou seja, redução de duas unidades.

Questão 15

Calcule a quantidade que a empresa seguidora produz em um equilíbrio de Stackelberg, em que a função de demanda do mercado é dada por $p = 122 - 0{,}5(q_1 + q_2)$, sendo p o preço de mercado, q_1 a quantidade produzida pela líder e q_2 a quantidade produzida pela seguidora, e as curvas de custo de líder e seguidora são, respectivamente, $C_1 = 2q_1$ e $C_2 = 2q_2$. ***Resposta : 60 .***

- Como se trata do modelo de Stakelberg com uma demanda linear, podemos calcular diretamente a quantidade da firma seguidora da seguinte forma:

$$P = a - bQ \ \left(Demanda\ linear\right) e\ CMg_1 = CMg_2 = 2$$

$$q_2 = \frac{a - CMg}{4b} = \frac{122 - 2}{4 \bullet 0{,}5} = 60$$

- Podemos desenvolver melhor a resolução...

$$P = 122 - 0,5Q$$

$$Q = q_1 + q_2$$

$$CMg_1 = CMg_2 = 2$$

- Primeiro, vamos calcular as quantidades produzidas levando em conta decisões simultâneas de produção (equilíbrio de Nash).
- **Duopólio de Cournot**
  - Decisões de produção simultâneas
  - O preço depende da quantidade ofertada por ambas as firmas
  - Cada firma considera fixo o nível de produção do concorrente e toma sua decisão de produção

- **Curva de Reação da Firma 1**

$$máx.lucro \Rightarrow RMg_1 = CMg_1$$

$$RT_1 = P \bullet q_1 \Rightarrow RT_1 = (122 - 0,5Q)q_1 \Rightarrow RT_1 = (122 - 0,5q_1 - 0,5q_2)q_1$$

$$RT_1 = 122q_1 - 0,5q_1^2 - 0,5q_1q_2 \Rightarrow RMg_1 = 122 - 0,5q_2 - q_1$$

$$CMg_1 = RMg_1 \Rightarrow 122 - 0,5q_2 - q_1 = 2$$

$$\boxed{q_1 = 120 - 0,5q_2} \rightarrow \boxed{\text{Curva de Reação da Firma 1}}$$

- **Curva de Reação da Firma 2**

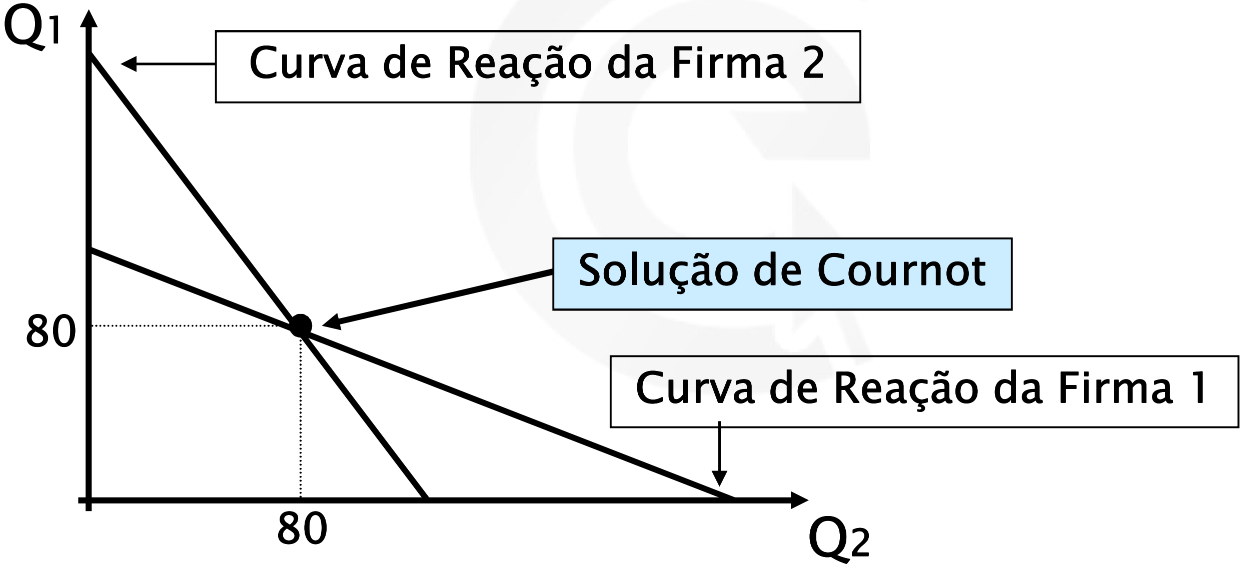
$$\boxed{q_2 = 120 - 0,5q_1} \rightarrow \boxed{\text{Curva de Reação da Firma 2}}$$

$Resolvendo\ o\ sistema:$

$$q_2 = 120 - 0,5(120 - 0,5q_2) \to q_2 = 60 + 0,25q_2$$

$$0,75q_2 = 60$$

$$\boxed{q_2 = 80 \to q_1 = 80} \to Q = 160 \to P = 42$$



- **A Vantagem de Ser o Primeiro (Modelo de Stackelberg)**
  - Ao determinar seu nível de produção, a firma 1 deverá considerar de que forma a firma 2 reagirá (em Cournot nenhuma das firmas tem a oportunidade de reagir).
  - **Máximo Lucro da Firma 1 (Líder)**
    - Escolha de q_1 de tal forma que $RMg_1 = CMg_1$

$$RT_1 = 122q_1 - 0,5q_1^2 - 0,5q_1q_2$$

    - Como RT_1 depende de q_2, a firma 1 utiliza a curva de reação da firma 2.

$$q_2 = 120 - 0,5q_1$$

    - Logo:

$$RT_1 = 122q_1 - 0,5q_1^2 - 0,5q_1\left(120 - 0,5q_1\right)$$

$$RT_1 = 62q_1 - 0,25q_1^2$$

$$Logo:$$

$$RMg_1 = 62 - 0,5q_1$$

$$RMg_1 = CMg_1 \rightarrow 62 - 0,5q_1 = 2$$

$$\boxed{q_1 = 120} \rightarrow q_2 = 120 - 0,5(120) \rightarrow \boxed{q_2 = 60}$$

Líder

Curva de Reação

Seguidora