Universidade Estadual do Rio de Janeiro

Faculdade de Ciências Econômicas

Disciplina: Economia do Setor Público I – Parte 03

Prof.: Antonio Carlos Assumpção
Doutor em Economia – UFF
Site: acjassumpcao.com

Bens Públicos

- A maioria dos bens é alocada em mercados nos quais os compradores pagam pelo bem e os vendedores são pagos pelo que fornecem: são os **bens privados**.
- Quando um bem é **“gratuito”**, as forças de mercado que alocam os recursos inexistem.
- Examinaremos agora os bens que **não possuem preço de mercado**.
- Quando um bem não possui preço, os mercados privados não conseguem garantir que ele seja produzido e consumido em quantidades apropriadas.
- Neste caso, há espaço para o governo intervir (para tentar remediar a **falha de mercado** e aumentar o bem-estar econômico).

Bens Públicos, Bens Privados, Recursos Comuns e Monopólios Naturais

- **Diferentes Tipos de Bens:**
  - Podemos classificar os bens de acordo com duas características. Para isso, devemos responder duas perguntas:
    - O bem é excludente ?
    - O bem é rival ?
- **Bens Rivais (disputáveis):** o fato de uma pessoa consumir o bem reduz a possibilidade de consumo para qualquer outra pessoa.
- **Bens Excludentes (exclusivos)**: as pessoas podem ser impedidas de consumi-los.
  - As leis reconhecem os direitos de propriedade.

Bens Públicos, Bens Privados, Recursos Comuns e Monopólios Naturais

		Rival	
		Sim	**Não**
Excludente	**Sim**	**Bens Privados** • Sorvetes • Roupas • Estradas com pedágio congestionadas	**Monopólios Naturais** • Educação Privada • TV a cabo • Estradas com pedágio não congestionadas
	Não	**Recursos Comuns** • Peixes do mar • Meio ambiente • Estradas sem pedágio congestionadas	**Bens Públicos** • Defesa nacional • Conhecimento • Estradas sem pedágio não congestionadas

Bens de Clube

Bens Públicos, Bens Privados, Recursos Comuns e Monopólios Naturais

- **Portanto:**
  - **Bens Privados:** Rivais e Excludentes
  - **Bens Públicos:** Não Rivais e Não Excludentes
  - **Recursos Comuns:** Rivais e Não Excludentes
  - **Monopólios Naturais:** Não Rivais e Excludentes

Bens Públicos

- **Bens Públicos**
  - **São bens não rivais (não disputáveis):** podem ficar disponíveis para todos sem que seja afetada a oportunidade do seu consumo para qualquer outra pessoa.
    - Observe então que o custo marginal de prover o bem para um consumidor adicional é zero para qualquer nível de produção.
  - **São bens não excludentes (não exclusivos):** as pessoas não podem ser impedidas de consumi-los.

Bens Públicos

- **Provisionamento de Bens Públicos e Falhas de Mercado**
  - A oferta dos bens públicos precisa ser financiada.
  - Quanto você consumiu de segurança pública no ano ?
  - Você pagaria para utilizar uma rua com iluminação pública ?
    - Quanto você pagaria ?

- **O Problema do Carona.**
  - **Carona (*free-rider*):** alguém que recebe o benefício de um bem ou serviço, mas não paga por ele.

Bens Públicos

- As pessoas não podem ser excluídas de utilizar um bem público (ou é muito caro fazê-lo). Portanto, os indivíduos evitam pagar por ele esperando que outros indivíduos o façam.
- O problema do carona impede que os mercados privados ofereçam bens públicos.
- **O Problema dos Caronas**
  - A provisão de alguns bens ou serviços necessariamente beneficia todos os indivíduos.
  - Os indivíduos não têm incentivo a pagar o valor que atribuem ao bem pelo direito de consumi-lo.
  - Os caronas subestimam o valor de um bem ou serviço com o objetivo de usufruir de seus benefícios sem ter de pagar por eles.
- O governo pode beneficiar a todos oferecendo o bem público e pagando por ele com receitas de impostos.

Bens Públicos

- **Bens Públicos:**
  - **Papel do Governo na Provisão dos Bens Públicos**
  - Quando o governo deverá prover um bem público ?
    - Como ocorre com outros bens, um bem público deve ser ofertado quando o benefício marginal de uma unidade adicional é ao menos tão grande quanto o custo marginal daquela unidade.
  - **A Análise de Custo-Benefício:** compara os custos e os benefícios decorrentes da provisão de um bem público, para a sociedade.
    - Dificuldades desta análise.

Um Exemplo da Provisão de Bens Públicos

- Suponha a existência de apenas dois consumidores no mercado que demandam um certo bem público. Suponha ainda que eles possam ser representados pelas seguintes curvas de demanda:

$$Consumidor\quad 1:\quad P_1 = 100 - Q$$

$$Consumidor\quad 2:\quad P_2 = 200 - Q$$

→ Curvas de Benefício Marginal de cada um dos consumidores, supondo que eles declarem o valor verdadeiro que atribuem ao bem.

- Como determinar a quantidade eficiente a ser ofertada do bem público, se o CMg = $240 ? E se o CMg = 50 ?

Um Exemplo da Provisão de Bens Públicos

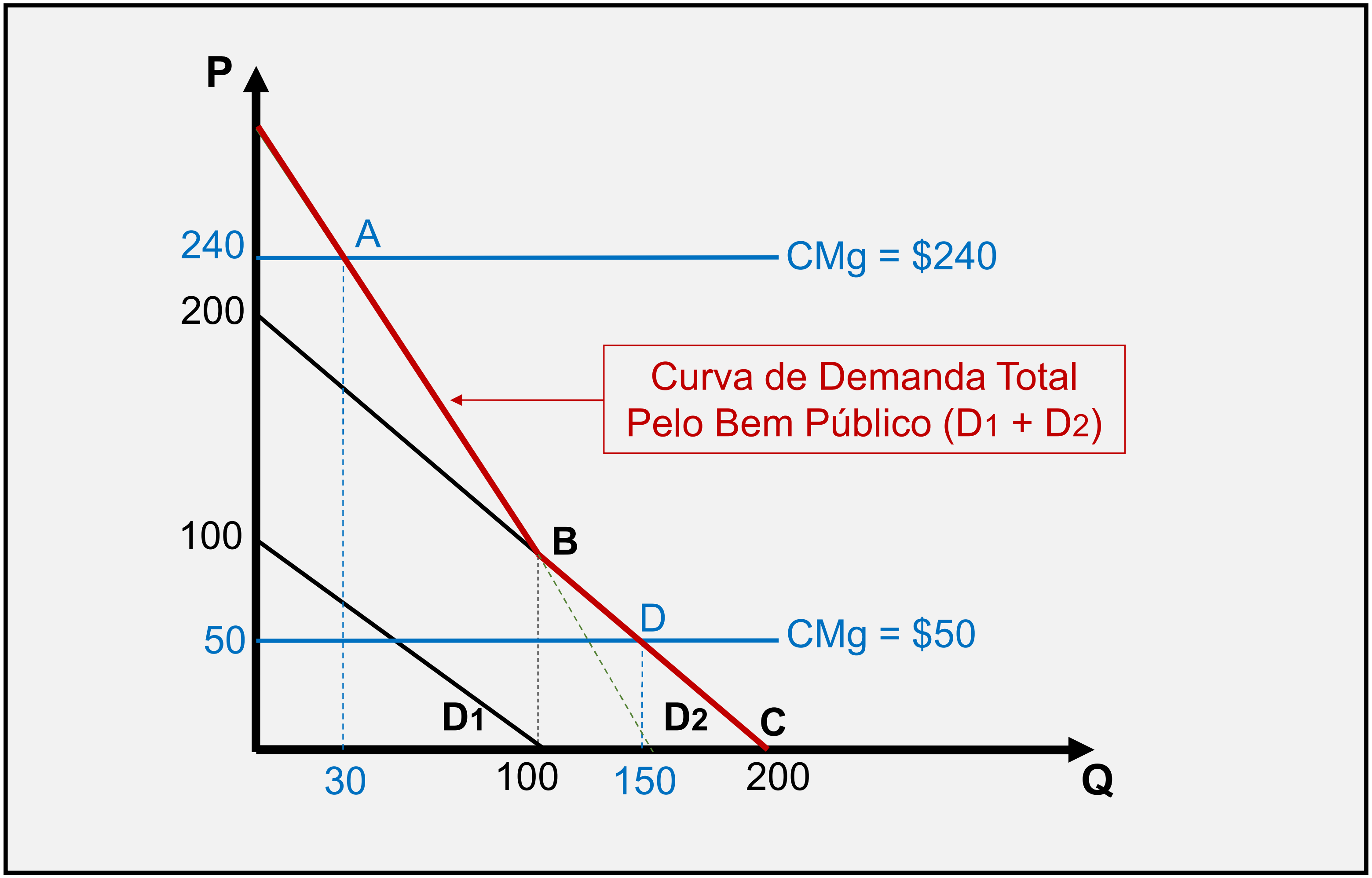
- A curva de Benefício Marginal Social (BMS) de um bem público é a soma vertical das curvas de demanda do consumidor, pois desta forma estamos somando os preços (disposição a pagar). Logo, temos:

$$P_1 = 100 - Q$$
$$P_2 = 200 - Q$$
$$P = 300 - 2Q$$

Curva de BMS

- Logo, se o CMg = $240, temos: $300 - 2Q = 240 \Rightarrow Q^* = 30.$
- Se o CMg = $50, devemos observar que a curva de BMS entre B e C é igual a D_2 . Sobre essa região de produção a curva de demanda para o consumidor 1 está ao longo do eixo horizontal, de modo que P_1 = 0. Portanto, BMS = 200 – Q. Quando fazemos BMS = CMg, ou 200 – Q = 50, obtemos Q = 150.

Um Exemplo da Provisão de Bens Públicos



Observação: Os Bens Semipúblicos

- São bens oferecidos tanto pelo governo quanto pelo setor privado, tendo em vista limites na produção privada ou limites na renda da população para alcançar estes bens.
- Note então, que estão sujeitos ao princípio da exclusão, quando ofertados pelo setor privado.
- Exemplos: saúde, educação,...

Provisão de Bens Públicos

Condição Ótima

(Regra de Samuelson)

$$\frac{\partial c(G)}{\partial G} = \frac{\dfrac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial G}}{\dfrac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial x_1}} + \frac{\dfrac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial G}}{\dfrac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2}}$$

$$CMa(G) = |TMS_1| + |TMS_2|$$

- Tal condição nos diz que a soma dos valores absolutos das Taxas Marginais de Substituição entre o bem privado e o bem público dos dois consumidores deve ser igual ao custo marginal de prover uma unidade adicional do bem público.

Provisão de Bens Públicos

- **Condição de Eficiência Para a Provisão do Bem Público**

$$\boxed{|TMS_1| + |TMS_2| = CMa(G)}$$

- TMS_i: propensão marginal a pagar por unidade adicional do bem público.

- A soma das propensões marginais a pagar pelo bem público iguala seu custo marginal.
    - Se soma das propensões marginais a pagar pelo bem público excede seu custo marginal, é eficiente prover mais do bem público.

Provisão de Bens Públicos

- Por exemplo, suponha que:

$$|TMS_1| = 1/4\ ,\ \ |TMS_2| = 1/2\ \ e\ \ CMa(G) = 1.$$

$$Logo: |TMS_1| + |TMS_2| = (3/4) < 1 = CMa(G).$$

- Se o preço do bem privado for igualado ao preço do bem público em $1 por unidade, $|TMS_1|$ =1/4 significa que o consumidor 1 aceitaria $1/4 a mais do bem privado por $1 de redução do bem público, e $|TMS_2|$ =1/2 significa que o consumidor 2 aceitaria $1/2 a mais do bem privado por $1 de redução do bem público.
  - **O bem privado vale mais que o bem público para os dois!** ⟶

Provisão de Bens Públicos

- Suponha que o bem público seja reduzido em uma unidade e que, portanto, economizamos um dólar. Para compensar, oferecemos os 3/4 de dólar que os consumidores desejam e sobra 1/4 de dólar. Se este 1/4 de dólar for repartido entre os consumidores, ambos melhorariam sua situação, o que demonstra ineficiência.
- Portanto, se a soma dos benefícios marginais de se pagar pelo bem público for maior do que o custo marginal de produzi-lo, será apropriado fornecer mais do bem público, caso contrário não

Provisão de Bens Públicos

- **Resumindo:** a condição de eficiência para os bens privados é que a ***TMS* de cada** consumidor se iguale ao seu **CMg**, enquanto que para o bem público a condição de eficiência é que a **soma das *TMS*** de cada consumidor se iguale ao custo marginal.
  - Embora cada consumidor possa consumir diferentes quantidades do bem privado, cada consumidor atribui ao bem o mesmo valor na margem; caso contrário, eles se engajariam na troca.
  - **No caso do Bem Público, cada consumidor deve consumir a mesma quantidade do bem público, embora cada um atribua um valor diferente para ele na margem.**

Bens Públicos: Formalizando os Conceitos.

- **Provisão de Bens Públicos. Suponha:**
  - Dois indivíduos (**1** e **2**), colegas de quarto.
  - Riqueza inicial de cada indivíduo: w_1 e w_2 .
  - Contribuição de cada um pela compra de uma TV: g_1 e g_2 .
  - "Sobra" de renda para outros bens (bens privados): x_1 e x_2 .
  - Logo, as Restrições Orçamentárias são: $x_1 + g_1 = w_1$ *e* $x_2 + g_2 = w_2$.
  - Custo da TV igual a c unidades monetárias. Logo, para comprá-la, a soma das contribuições deve ser pelo menos $c \Rightarrow g_1 + g_2 \geq c$.
  - Essa última equação resume a tecnologia disponível para ofertar o bem público: os colegas de quarto podem adquirir uma TV se pagarem, juntos, o custo c.

Bens Públicos

- **Funções de utilidade dos dois agentes:**

$$u_1(x_1, G) \quad e \quad u_2(x_2, G)$$
$$G = 0 \quad sem\ TV$$
$$G = 1 \quad com\ TV$$

- A utilidade do indivíduo dependerá do **seu consumo de bens privados** e da disponibilidade da TV, o **bem público**.
- O consumo privado de cada indivíduo possui um subscrito para indicar se o bem é consumido pelo indivíduo 1 ou pelo indivíduo 2, mas o bem público não possui subscrito, pois ele é “consumido” conjuntamente.

Bens Públicos

- Podemos medir o valor que cada um atribui aos serviços da TV através do preço de reserva de cada um.
- Sejam os preços de reserva representados por r_1 e r_2 .
- Logo:
  - Se o indivíduo 1 paga o preço de reserva pela TV, ele terá $w_1 - r_1$ disponível para o consumo de bens privados.
  - Se o indivíduo 1 opta por não comprar a TV, ele terá w_1 disponível para o consumo privado.
- Como o mesmo vale para o indivíduo 2, caso eles sejam indiferentes entre as duas alternativas, teremos:

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0) \qquad (I)$$

$$u_2(w_2 - r_2, 1) = u_2(w_2, 0) \qquad (II)$$

Definição do preço de reserva de cada um pela TV.

Bens Públicos

- Nesse tipo de problema existem dois tipos de alocação que são possíveis:
  - Se a TV não é fornecida, ambos os indivíduos gastam a sua riqueza em bens privados: $(w_1, w_2, 0)$.
  - Se a TV é fornecida, teremos: $(x_1, x_2, 1)$.
  - Onde:

$$x_1 = w_1 - g_1$$
$$x_2 = w_2 - g_2$$

O consumo privado de cada indivíduo é determinado pela riqueza que restou após a contribuição para o bem público.

Bens Públicos

- Sob quais condições a TV deve ser fornecida ?
- Haverá uma melhoria de Pareto para prover a alocação $(x_1, x_2, 1)$ se ambas os indivíduos estiverem melhor por terem a TV do que por não a terem. Logo, quando:

$$\boxed{\begin{aligned} u_1(w_1, 0) &< u_1(x_1, 1) \\ u_2(w_2, 0) &< u_2(x_2, 1) \end{aligned}}$$

- Utilizando a definição de preço de reserva e as restrições orçamentárias:

$$\boxed{\begin{aligned} [u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0)] &< [u_1(x_1, 1) = u_1(w_1 - g_1, 1)] \\ [u_2(w_2 - r_2, 1) = u_2(w_2, 0)] &< [u_2(x_2, 1) = u_2(w_2 - g_2, 1)] \end{aligned}}$$

Bens Públicos

$$[u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0)] \; < \; [u_1(x_1, 1) = u_1(w_1 - g_1, 1)]$$

$$[u_2(w_2 - r_2, 1) = u_2(w_2, 0)] \; < \; [u_2(x_2, 1) = u_2(w_2 - g_2, 1)]$$

- Se olharmos os lados direito e esquerdo dessa desigualdade e nos lembrarmos de que o aumento do consumo privado provoca aumento da utilidade, podemos concluir que:

$$(w_1 - r_1) < (w_1 - g_1) \Rightarrow r_1 > g_1$$

$$(w_2 - r_2) < (w_2 - g_2) \Rightarrow r_2 > g_2$$

- Essa condição terá de ser satisfeita se a alocação $(w_1, w_2, 0)$ for eficiente no sentido de Pareto: é preciso que a contribuição de cada indivíduo para a compra da TV seja menor que a sua propensão a pagar pelo aparelho.

Bens Públicos

- Se o indivíduo pudesse adquirir o bem por um valor menor do que o máximo que ele está disposto a pagar (preço de reserva), isso o beneficiaria.

- Portanto, a condição de que o preço de reserva exceda a parcela de custo nos diz que ocorrerá uma melhoria de Pareto quando cada indivíduo puder adquirir a TV por um valor inferior ao máximo que estaria propenso a pagar.

$$Como\ g_1 + g_2 = c \ \Rightarrow \ r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c$$

Bens Públicos

- Assim, a condição necessária para eficiência de Pareto com a compra da TV (bem público) é dada por:

$$\boxed{\begin{aligned} u_1(x_1,1) &> u_1(w_1,0) \\ u_2(x_2,1) &> u_2(w_2,0) \end{aligned}}$$

- E a condição suficiente é dada por:

$$\boxed{r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c}$$

- Se essa condição for satisfeita, haverá algum plano de pagamento fará com que ambos os indivíduos melhorem pela provisão do bem público.

Bens Públicos

- A condição que descreve quando a provisão do bem público será uma melhoria de Pareto depende apenas da propensão do indivíduo a pagar e do custo total. Se a soma dos preços de reserva exceder o custo da TV, haverá sempre algum plano de pagamento fará com que ambos os indivíduos melhorem pela provisão do bem público.

- A condição de que a provisão do bem público seja eficiente no sentido de Pareto, ou não, dependerá, geralmente, da distribuição inicial da riqueza, pois, em geral, os preços de reserva dependem dessa distribuição.
  - Imagine que um indivíduo (1) adora TV e o outro (2) se mostra indiferente com respeito a sua aquisição.
  - Se o indivíduo 1 possui toda a riqueza, ele estará disposto a pagar mais do que o custo da TV. Portanto, seria uma melhoria de Pareto prover a TV.
  - Se o indivíduo 2 possui toda a riqueza, o indivíduo 1 não teria dinheiro para contribuir para a compra e, portanto, seria eficiente no sentido de Pareto não prover a TV.

Bens Públicos

- **Provisão de Bens Públicos e Preferências Quase Lineares**

- Em geral, a questão de se o bem público deve ou não ser fornecido dependerá da distribuição da riqueza.
- Entretanto, em casos específicos, a provisão do bem público pode independer da distribuição da riqueza.
- Se as preferências forem **quase lineares**, os **preços de reserva independerão da quantidade de riqueza** e, portanto, **a provisão ótima do bem público independerá da riqueza**, respeitada a condição de que $r_i \leq w_i$.

Bens Públicos

- Se os dois colegas de quarto cooperam e revelam suas preferências verdadeiras, teremos uma solução ótima.

- Entretanto, se $r_1 > c$ e $r_2 > c$, o indivíduo 1 pode mentir para pegar carona. Nesse caso, ele declara $r_1 = 0$.

- Mas o indivíduo 2 também pode mentir...

- **A Teoria dos Jogos** trata dessa interação estratégica.

Bens Públicos

- Suponha dois agentes, com riqueza de \$500 cada → $w_1 = w_2 = 500$.
- Cada um atribui um valor de \$100 à TV → $r_1 = r_2 = 100$.
- O custo da TV é \$150 → $r_1 + r_2 > c = 150$.
- Não existe a possibilidade de um agente impedir o outro de ver TV caso ela seja comprada.

- Note que, como a soma dos preços de reserva supera o custo da TV, é eficiente no sentido de Pareto comprar a TV.

Bens Públicos

- Comprando sozinho, o consumidor 1 terá o benefício r_1 = 100 e o custo $g_1 = c$ = 150. Portanto, um prejuízo líquido igual a −50.
- Neste caso, o consumidor 2 terá o benefício r_2 = 100 e o custo g_2 = 0. Portanto, um benefício líquido de 100.
- O mesmo raciocínio se aplica se o consumidor 2 comprar sozinho.
- Se ninguém comprar, não haverá benefício.
- A matriz de *payoffs* é dada a seguir.
- Em (0, 0) ocorre o equilíbrio de Nash com estratégias dominantes.
- Ninguém compra.

		Agente B	
		Compra Sozinho	Não Compra
Agente A	Compra Sozinho	-50 , -50	-50 , 100
	Não Compra	100 , -50	0 , 0

Bens Públicos

- Logo, nesse jogo, o equilíbrio com estratégias dominantes consiste em nenhum dos jogadores comprar a TV.
- Se o jogador A decidir comprar a TV, será do interesse do jogador B pegar carona: ver televisão sem contribuir com nada para adquiri-la.
- Se o jogador B decidir comprar a TV, será do interesse do jogador A pegar carona: ver televisão sem contribuir com nada para adquiri-la.
- Se um dos jogadores decide não comprar a TV, será de interesse do outro também não comprar.
- Note que esse jogo é parecido com o dilema dos prisioneiros, mas não é exatamente igual a ele.
  - No dilema dos prisioneiros a estratégia que maximizava a soma dos *payoffs* dos jogadores consistia em os jogadores fazerem a mesma escolha.
  - Nesse caso, a estratégia que maximiza o *payoff* conjunto consiste em apenas um dos jogadores comprar a TV, onde ambos assistiriam TV [(-50,100) ou (100,-50)].

Bens Públicos

- Em vez de simplesmente pensarmos na decisão de comprar ou não (G = 1 ou G = 0), podemos supor que ambos contribuam para comprar uma TV de qualidade G , tendo que gastar $c(G)$, onde quanto maior a qualidade G , maior o custo c.

- Nesse caso, estamos pensando em um problema que responda a seguinte pergunta: **quanto** prover do bem público ?

- Nesse caso, a restrição orçamentária é dada por:

$$\boxed{x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2}$$

- Uma vez comprada a TV, chega-se à eficiência onde a utilidade de um agente não pode mais ser aumentada sem, com isso, reduzir a do outro.

Bens Públicos

- Devemos maximizar a utilidade do agente 1 sujeita ao fato de que a utilidade do agente 2 fique constante (ou aumente) e de que a restrição orçamentária seja obedecida.
- Dito de outro modo, a alocação eficiente no sentido de Pareto é aquela em que o agente 1 está tão bem quanto possível, dado o nível de utilidade do agente 2 (na pior das hipóteses).
- Logo, temos:

Alocação Eficiente de Pareto:

$$\max_{x_1, x_2, G} u_1(x_1, G)$$

$$S.a. \begin{cases} u_2(x_2, G) = \overline{u}_2 \\ x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 \end{cases}$$

Bens Públicos

- Desta forma, o lagrangeano é dado por:

$$L = u_1(x_1, G) - \lambda\left[u_2(x_2, G) - \overline{u}_2\right] - \mu\left[x_1 + x_2 + c(G) - w_1 - w_2\right]$$

Condições de Primeira Ordem

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \rightarrow \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1} - \mu = 0 \qquad (I)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \rightarrow -\lambda\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2} - \mu = 0 \qquad (II)$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = 0 \rightarrow \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \lambda\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} - \mu\frac{\partial c(G)}{\partial G} = 0 \qquad (III)$$

Bens Públicos

- A condição *(III)* pode ser escrita como:

$$\frac{\partial c(G)}{\partial G} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial G} - \frac{\lambda}{\mu}\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial G} \qquad (IV)$$

- De *(I)* e *(II)*, obtemos:

$$(I) \rightarrow \frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial x_1} = \mu \qquad (V)$$

$$(II) \rightarrow -\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2} = \frac{\mu}{\lambda} \rightarrow \frac{\lambda}{\mu} = -\frac{1}{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2}} \qquad (VI)$$

Bens Públicos

- Finalmente, aplicando *(V)* e *(VI)* em *(IV)*:

$$\frac{\partial c(G)}{\partial G} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial G} - \frac{\lambda}{\mu}\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial G} \qquad (IV)$$

$$\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial x_1} = \mu$$

$$\frac{\lambda}{\mu} = -\frac{1}{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2}}$$

$$\frac{\partial c(G)}{\partial G} = \frac{1}{\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial x_1}}\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial G} + \frac{1}{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2}}\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial G}$$

Bens Públicos

- Portanto, a condição ótima apropriada para esse problema é:

$$\boxed{\frac{\partial c(G)}{\partial G}} = \boxed{\frac{\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial G}}{\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial x_1}}} + \boxed{\frac{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial G}}{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2}}}$$

$$\boxed{CMa(G) = |TMS_1| + |TMS_2|}$$

- Tal condição nos diz que a soma dos valores absolutos das Taxas Marginais de Substituição entre o bem privado e o bem público dos dois consumidores deve ser igual ao custo marginal de prover uma unidade adicional do bem público.

Bens Públicos

- **Condição de Eficiência Para a Provisão do Bem Público**

$$\boxed{|TMS_1| + |TMS_2| = CMa(G)}$$

- TMS_i : propensão marginal a pagar por unidade adicional do bem público.

- A soma das propensões marginais a pagar pelo bem público iguala seu custo marginal.
  - Se soma das propensões marginais a pagar pelo bem público excede seu custo marginal, é eficiente prover mais do bem público.
  - Se soma das propensões marginais a pagar pelo bem público é menor que seu custo marginal, é eficiente prover menos do bem público.

Bens Públicos

- Por exemplo, suponha que: $|TMS_1| = 1/4$, $|TMS_2| = 1/2$ e $CMa(G) = 1$.

  $Logo: |TMS_1| + |TMS_2| = (3/4) < 1 = CMa(G).$

- Se o preço do bem privado for igualado ao preço do bem público em $1 por unidade, $|TMS_1|$ =1/4 significa que o consumidor 1 aceitaria $1/4 a mais do bem privado por $1 de redução do bem público, e $|TMS_2|$ =1/2 significa que o consumidor 2 aceitaria $1/2 a mais do bem privado por $1 de redução do bem público.
- Suponha que o bem público seja reduzido em uma unidade e que, portanto, economizamos um dólar. Para compensar, oferecemos os 3/4 de dólar que os consumidores desejam e sobra 1/4 de dólar. Se este 1/4 de dólar for repartido entre os consumidores, ambos melhorariam sua situação, o que demonstra ineficiência.
- Portanto, se a soma dos benefícios marginais de se pagar pelo bem público for maior do que o custo marginal de produzi-lo, será apropriado fornecer mais do bem público.

Bens Públicos

- A condição de eficiência para os bens privados é que a ***TMS* de cada** consumidor se iguale ao custo marginal, enquanto que para o bem público a condição de eficiência é que a **soma das *TMS*** de cada consumidor se iguale ao custo marginal.
- Embora cada consumidor possa consumir diferentes quantidades do bem privado, cada consumidor atribui ao bem o mesmo valor na margem; caso contrário, eles se engajariam na troca.
- **No caso do Bem Público, cada consumidor deve consumir a mesma quantidade do bem público, embora cada um atribua um valor diferente para ele na margem.**

Bens Públicos

- **Portanto:**
- Condição de Eficiência Para um Bem Privado:

$$\boxed{|TMS_1| = |TMS_2| = CMa(x)}$$

  - Cada pessoa consome sua quantidade, e todos atribuem o mesmo valor para o bem na margem.

- Condição de Eficiência Para um Bem Público:

$$\boxed{|TMS_1| + |TMS_2| = CMa(G)}$$

  - Todos consomem a mesma quantidade, mas os agentes podem atribuir diferentes valores ao bem na margem.

Bens Públicos

- **Suponha que:**

$$u_1(G, x_1) = 0,3\,ln(G) + ln(x_1),$$
$$u_2(G, x_2) = 0,7\,ln(G) + ln(x_2)$$
$$c(G) = G$$

$$Condição\ de\ Eficiência \Rightarrow |TMS_1| + |TMS_2| = CMa(G)$$
$$\frac{0,3/G}{1/x_1} + \frac{0,7/G}{1/x_2} = 1 \rightarrow \frac{0,3x_1}{G} + \frac{0,7x_2}{G} = 1 \rightarrow 0,3x_1 + 0,7x_2 = G$$

$$x_1 + x_2 + G = 1000$$
$$0,3x_1 + 0,7x_2 - G = 0$$

→ A escolha de G depende da riqueza dos indivíduos

Bens Públicos

$$x_1 + x_2 + G = 1000$$
$$0,3x_1 + 0,7x_2 - G = 0$$

$$Logo : G = 1000 - x_1 - x_2$$
$$0,3x_1 + 0,7x_2 - (1000 - x_1 - x_2) = 0 \rightarrow 1,3x_1 + 1,7x_2 - 1000 = 0$$

$$x_1 = \frac{1000 - 1,7x_2}{1,3} \Rightarrow$$

$$Se \;\; x_2 = 100 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 638,46 \\ G = 261,54 \end{cases}$$

$$Se \;\; x_2 = 300 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 376,92 \\ G = 323,08 \end{cases}$$

Nesse caso, G eficiente depende da riqueza dos indivíduos.

Bens Públicos

- Agora, suponha que as funções utilidade sejam quase lineares.

$$u_1(G, x_1) = x_1 + 0,3\,ln(G)$$
$$u_2(G, x_2) = x_2 + 0,7\,ln(G)$$
$$c(G) = G$$

$$Condição\ de\ Eficiência \Rightarrow |TMS_1| + |TMS_2| = CMa(G)$$
$$\frac{0,3/G}{1} + \frac{0,7/G}{1} = 1 \rightarrow \frac{1}{G} = 1 \rightarrow G = 1$$

$$x_1 + x_2 + G = 1000 \Rightarrow x_1 + x_2 = 999 \Rightarrow x_1 = 999 - x_2$$

$$Se\ x_2 = 100 \Rightarrow x_1 = 899, \quad G = 1$$
$$Se\ x_2 = 300 \Rightarrow x_1 = 699, \quad G = 1$$

Nesse caso, G eficiente independe da riqueza dos indivíduos.

Provisão de Bens Públicos

- **O Problema do Carona**
  - Mercado funcionará para provisionar Bens Públicos ?
  - Mercado vai gerar alocações eficientes dos Bens Públicos ?
- Em geral, os mercados privados geram pouca (ou nenhuma) provisão (oferta) de bens públicos.

- **Mecanismos de Oferta de Bens Públicos.**
  - Mecanismo de comando.
  - Sistema de votação.
    - Mecanismos de incentivo para revelação da preferência por Bens Públicos.

Provisão de Bens Públicos

- **Mecanismo de Comando**

- A produção de um bem público pelo governo é vantajosa porque este pode especificar impostos ou taxas que permitam financiar a provisão do bem.

- Entretanto, é difícil determinar o nível ótimo do bem público na presença de caronas, e mesmo quais os bens públicos deverão ser ofertados.

Provisão de Bens Públicos

- **Sistema de Votação**

- Para que haja eficiência de Pareto, não podem existir externalidades de consumo.
  - Dito de outro modo, a utilidade de um consumidor não pode ser afetada pelo consumo de outro consumidor.
- Entretanto, como todos consomem a mesma quantidade do bem público, as utilidades dos consumidores são mutuamente dependentes. Podem, então, ocorrer externalidades de consumo e o mercado competitivo não necessariamente provê a quantidade eficiente do bem público.
- Descartando-se o mecanismo de comando, resta apelar para o sistema de votação para a escolha das quantidades do bem público.
- Infelizmente, o mecanismo de votação também não garante a escolha da quantidade eficiente, já que está sujeito ao paradoxo do voto **(Paradoxo de Condorcet).**

Bem Estar e a Agregação das Preferências

- Como vimos, a função de bem estar social pode ser pensada como uma regra para a escolha pública construída a partir das funções de utilidade dos consumidores.

- Portanto, ela pressupõe um princípio que parece razoável, qual seja, que a escolha pública deve ser gerada a partir das preferências dos consumidores, refletindo de alguma maneira tais preferências.

- Seria então o caso de se perguntar se é possível gerar algum tipo de regra de escolha pública baseada nesse princípio que prescinda da comparação entre utilidades individuais.

Bem Estar e a Agregação das Preferências

- Em **1785 o Marquês de Condorcet** se defrontou com um paradoxo associado ao uso da regra da maioria.
  - O uso da regra da maioria poderia levar a decisões inconclusivas dadas certas configurações quanto às preferências dos votantes.
- **Se todas as propostas fossem votadas entre si, a assembleia poderia ser incapaz de alcançar uma decisão.**
- Podemos pensar em uma assembleia municipal que delibera sobre o uso a ser dado a um terreno, admitindo três possibilidades:
  - **Proposta P: construção de uma piscina municipal.**
  - **Proposta J: construção de um jardim público.**
  - **Proposta E: construção de uma escola.**
- Suponha que a assembleia encontra-se dividida em partes iguais por deputados de três partidos (**A**, **B** e **C**) que possuem opiniões diferentes sobre as propostas, sendo a ordenação das mesmas dada pela tabela a seguir.

Ordem	Partido A	Partido B	Partido C
1º	Piscina	Jardim	Escola
2º	Jardim	Escola	Piscina
3º	Escola	Piscina	Jardim

- Podemos verificar que, caso todos os partidos votem honestamente, isto é, de acordo com as suas preferências:
  - P ganhará J (apoiados pelos Partidos A e C) → P≻J.
  - J ganhará E (apoiados pelos Partidos A e B) → J≻E.
  - E ganhará P (apoiados pelos Partidos B e C) → E≻P.

$$Escolha\ Coletiva:\ P \succ J\ e\ J \succ E \underset{Transitividade}{\Rightarrow} P \succ E.$$

- Nesse caso, temos um ciclo de votação conhecido por paradoxo de Condorcet, caracterizado pela intransitividade da escolha coletiva, embora baseado em ordenações individuais transitivas.
- Este resultado é paradoxal, pois significa que se as propostas forem votadas duas a duas nunca se conseguirá chegar a uma decisão final.

- Durante cerca de cento e sessenta anos após Condorcet houve quem tentasse desenhar regras que evitassem esta intransitividade da escolha coletiva e que satisfizessem adicionalmente outros critérios considerados plausíveis.
- Coube a **Kenneth Arrow (1951)** formular, de forma rigorosa, o problema e dar-lhe uma resposta clara. Arrow partiu de cinco critérios plausíveis que qualquer regra deve satisfazer.
  1) Deve ser admitido que os votantes possam ter qualquer tipo de ordenação de propostas.
  2) Não se deve aceitar a existência de um ditador, ou seja, de um indivíduo que, pelo fato de escolher individualmente uma proposta, a torne a escolha social.
  3) O resultado da escolha não deve depender de alternativas irrelevantes. Logo, ao escolher entre piscina e jardim só deve interessar a forma como os votantes ordenam estas duas possibilidades, e não como consideram a escola.
  4) A regra deve assegurar que, se todos preferem uma dada proposta, então essa deve ser a escolha coletiva.
  5) A escolha coletiva deve ser transitiva, ou seja, não deve permitir paradoxos de Condorcet.

Teorema da Impossibilidade de Arrow

- Arrow demonstrou, na sua tese de doutoramento, que mais tarde o levaria a receber o prêmio Nobel de Economia, que não há, nem nunca poderá ser criado, nenhuma regra de escolha coletiva que satisfaça os cinco critérios, ou axiomas, definidos.
- Este resultado ficou conhecido como o **Teorema da Impossibilidade de Arrow.**

Teorema da Impossibilidade de Arrow

- **Dito de outro modo:**
- O mecanismo de decisão social deve atender a três requisitos, a saber:
  1) Dadas as preferências individuais completas, reflexivas e transitivas, o mecanismo de decisão social deve satisfazer as mesmas propriedades;
  2) Se todos preferem **x** a **y**, então a preferência social deve ordenar **x** a frente de **y;**
  3) Preferências individuais entre **x** e **y** não dependem de outras alternativas.

- **Teorema da Impossibilidade de Arrow**
  - "Se um mecanismo de decisão social atende as propriedades 1, 2 e 3 acima, então a decisão social deve ser feita por um ditador."
    - Logo, segundo o Teorema da Impossibilidade de Arrow, é possível agregar as preferências individuais em coletivas, mas elas terão que ser realizadas por um ditador.

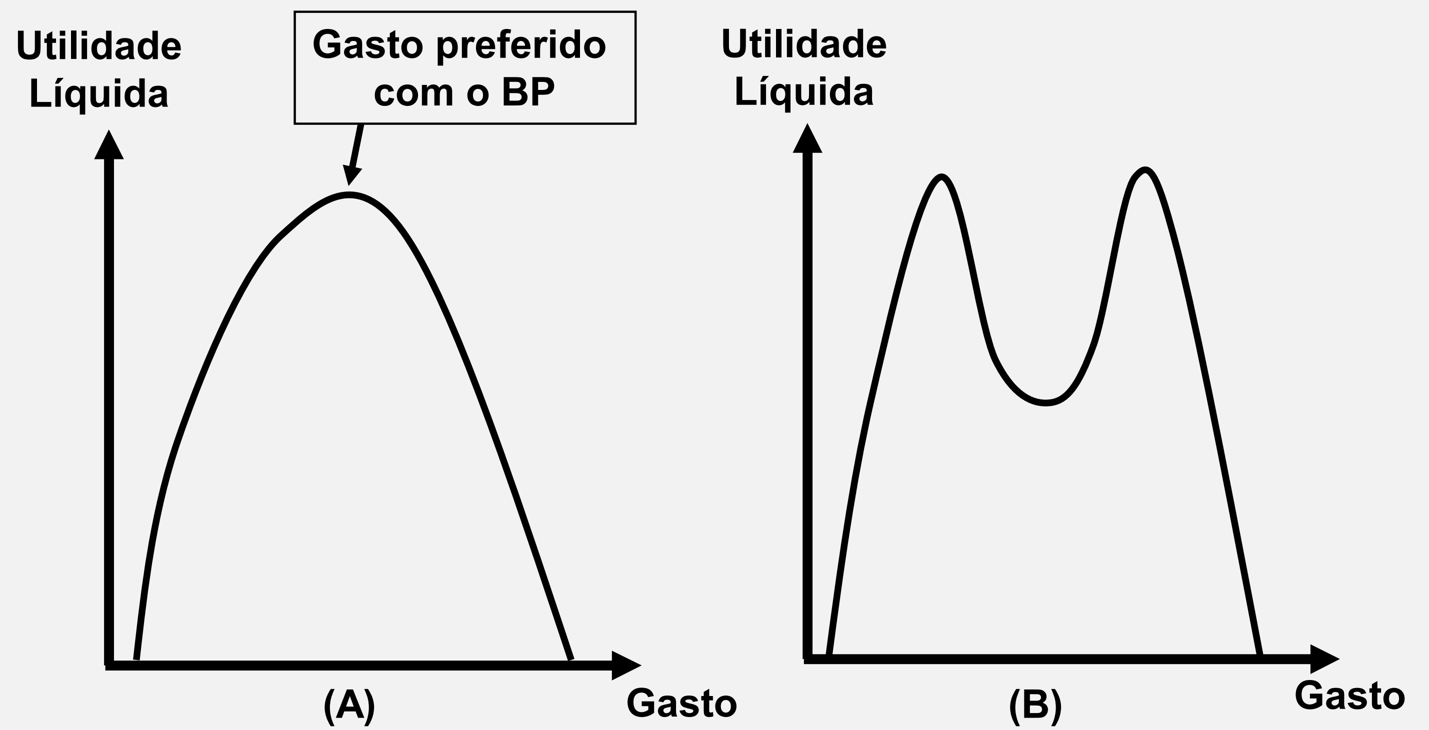
Provisão de Bens Públicos

Sistema de Votação

- Ao escolher entre três níveis de gasto com defesa pública, por exemplo, **A**, **B** e **C**, é possível que a maioria prefira **A** a **B**, **B** a **C** e **C** a **A**. Nesse caso, as preferências sociais não são transitivas.
- Porém, se o consumidor 1 levar em conta sua utilidade líquida do bem público (diferença entre o gasto com o bem público e a sua contribuição) e todos os outros consumidores também considerarem suas utilidades líquidas, basta que o formato das preferências seja como na **Figura a**: uma parábola de único pico. Isto significa que a utilidade líquida com o bem público inicialmente aumenta por causa do benefício gerado pelo bem público, atinge um ponto de máximo e depois cai devido aos custos de se prover o bem público.
- Com preferências individuais com esse formato, as preferências sociais não exibirão o paradoxo do voto. Porém, o paradoxo continua se as preferências forem como as desenhadas na **Figura b**.

Provisão de Bens Públicos

- Sistema de votação



Formatos de preferências individuais pelo bem público

Provisão de Bens Públicos

- **Sistema de Votação**

- Se todos possuem preferências como em (A), o mecanismo de votação nunca será intransitivo.
- Nesse caso, o nível de gasto com o bem público será determinado pelo gasto médio. Por quê?
  - Metade da população quer gastar mais com o bem público e metade quer gastar menos.
- **Gasto mediano será eficiente? Em geral, não:**
  - O resultado médio apenas significa que metade da população quer mais e metade quer menos, mas não nos diz nada sobre quanto a mais quer-se do bem público.
  - Como a eficiência leva isso em conta, a votação não conduzirá, em geral, a um resultado eficiente.

Provisão de Bens Públicos

- **Sistema de Votação**

- **Portanto, o problema se resume a:** sob a votação pela regra da maioria, o nível de gasto no bem público será aquele correspondente à preferência do eleitor mediano, que não é, necessariamente, o resultado eficiente.

- Além disso, mesmo que os consumidores tenham preferências de único pico, de modo que a votação possa levar a um resultado razoável, eles ainda possuem o incentivo de não votar em suas preferências verdadeiras para manipular o resultado em seu favor.

Provisão de Bens Públicos

- **Revelação da Demanda e o Imposto de Groves-Clarke**

- Os consumidores poderão revelar o valor verdadeiro que atribuem ao bem público através do mecanismo de mercado se as preferências forem quase lineares.

- Como vimos, com preferências quase lineares há um nível ótimo de bem público, e a questão é encontrá-lo.

- Vamos supor que o problema seja provê-lo ou não.

Provisão de Bens Públicos

- **Revelação da Demanda e o Imposto de Groves-Clarke**
- Suponha que o governo pense em prover um determinado bem público, cujo custo seja de $150.
- Cada consumidor atribui um valor diferente ao bem público, que representaremos por v_i .
- Como vimos, vale a pena ofertar o bem público se $\sum_{i=1}^{n} v_i \geq \$150.$
- Se pedirmos aos consumidores que informem o valor que atribuem ao bem público *(v_i),* vimos que eles possuem incentivos para mentir, já que podem pegar carona.
  - Se outros pagarem o suficiente, por que contribuir ?

Provisão de Bens Públicos

- **Revelação da Demanda e o Imposto de Groves-Clarke**

- Um mecanismo capaz de evitar este problema é determinar, através de um **"planejador central"** que, uma vez decidido ofertar o bem público, cada consumidor pagará uma quantia predeterminada c_i . Depois, cada consumidor poderá informar seu v_i.
  - Desta forma, poderemos conhecer o valor líquido: $n_i = v_i - c_i$.

- Depois disso podemos somar todos os valores líquidos (n_i) para ver se o total é positivo, o que justificaria a provisão do bem público.
- Entretanto, existe um problema a ser resolvido: cada consumidor pode declarar um valor não verdadeiro de v_i .
  - Os consumidores que quiserem a oferta do bem público podem aumentar muito seu valor verdadeiro de v_i , já que isto não afeta seu pagamento (c_i), fazendo com que a soma dos valores líquidos (n_i) seja elevada e, com isso, decida-se pela oferta do bem público.

Provisão de Bens Públicos

- **Revelação da Demanda e o Imposto de Groves-Clarke**

- Note que, nesse caso, as únicas pessoas que importam são aquelas que alteram a soma dos valores para mais ou para menos, relativamente ao custo do bem público. Esses são chamados **agentes pivô**. Pode ser que não haja agentes pivô, ou que todos sejam pivôs.
- Quando a decisão social é modificada, essa decisão impõe algum dano aos outros agentes.
  - Se os outros agentes desejam a provisão do bem público e o voto do agente pivô a inviabiliza, a situação desses agentes será piorada pela decisão do agente pivô.
  - Se os outros agentes não desejam a provisão do bem público e o voto do agente pivô a viabiliza, a situação desses agentes seria piorada pela decisão do agente pivô.
- Precisamos, então, de um mecanismo para que os pivôs declarem corretamente o valor atribuído ao bem público (v_i).

Financiamento dos Bens Públicos

- **O Mecanismo de Groves-Clarke (Imposto de Clarke)**
- Se um agente é capaz de alterar a decisão social (chamaremos ele de agente pivô), por exemplo, exagerando no seu “lance” para que o bem público seja ofertado, ele deve pagar um imposto correspondente ao prejuízo que causa aos outros com a sua escolha; o imposto de Clarke.
  - Dessa forma ele não seria tentado a “exagerar” no seu lance (valor declarado, ou valor bruto).

Financiamento dos Bens Públicos

- Suponha que Prefeitura de um município deseje prover uma unidade de um bem público que beneficiará três agentes (A, B e C).
- O custo de provisão do bem público é de $150 e cada agente deverá arcar com $50, caso a Prefeitura produza o bem público.
- O agentes A e B estão dispostos a sacrificar $30 de consumo (cada) de outros bens em troca da unidade de bem público e o agente C está disposto a sacrificar $120 de consumo de bens privados em troca da unidade do bem público.

Financiamento dos Bens Públicos

- A tabela abaixo descreve o problema:

Indivíduo	Parcela do Custo (c_i)	Valor Bruto (v_i)	Valor Líquido ($n_i = v_i - c_i$)	Imposto de Clarke
A	50	30	-20	0
B	50	30	-20	0
C	50	120	70	40

- Eficiência na provisão de um bem público $\Rightarrow$ BMg > CMg.
- Note então que é eficiente prover o bem público pois a soma dos valores brutos excede o custo do bem público (180 > 150). Entretanto, no caso de uma votação, o bem público não seria ofertado, pois os valores líquidos de A e B são negativos.

Financiamento dos Bens Públicos

- O Agente C é único pivô, pois sua decisão altera a soma dos valores líquidos para mais ou menos do que o custo do bem público. Por conta disso C deveria pagar o imposto de Clarke na medida do prejuízo que causa aos outros com a sua escolha; dessa forma ele não seria tentado a “exagerar” no seu lance (valor declarado, ou valor bruto).
  - Ele possui esse incentivo, para fazer com que o bem público seja ofertado. Como evitar isso ?
- Nesse caso, ele (o pivô) pagaria um imposto de Clarke de 40, mas ainda teria um ganho líquido de 30.

Financiamento dos Bens Públicos

- **Um Exemplo do Imposto de Groves-Clarke**
- O imposto de Clarke somente funciona com preferências quase lineares, para as quais a riqueza de cada consumidor não influencia a demanda pelo bem público e há um único nível ótimo do bem público.
- O imposto de Clarke garante que o nível de gasto com o bem público seja ótimo, mas o consumo privado é reduzido quando do pagamento do imposto.
- O resultado é, então, Pareto-ineficiente, já que o consumo privado poderia ser maior caso não houvesse o imposto.
- O imposto de Clarke garante que, se todos puderem ter sua situação melhorada com o fornecimento do bem público, então este será fornecido.
    - Mas isto não significa que todos terão sua situação melhorada. Alguns perdem (estudantes A e B) para que o bem público seja fornecido.

Financiamento dos Bens Públicos

- **Um Exemplo do Imposto de Groves-Clarke**

- Com a taxa de Groves-Clarke, declarar a verdadeira disposição a pagar é a estratégia fracamente dominante para todos os indivíduos.
- A taxa é sempre não negativa e apenas os agentes pivô devem pagar essa taxa.
- Caso alguém tenha que pagar a taxa, esse valor deverá ser destruído, o que implica um custo de eficiência associado a esse mecanismo.
- É possível construir um mecanismo similar para o caso de um bem público provido em quantidades contínuas. Porém, esse mecanismo só funcionará caso as preferências individuais forem quase lineares.

Financiamento dos Bens Públicos

- Como financiar a provisão de um bem público, dado que trata-se de um bem não rival e não excludente, o que gera o Problema do Carona ?
  - Caso seja decidido que o bem público será ofertado, cada agente econômico pagará o mesmo valor por ele.
  - **Taxas de Lindahl** → caso o Bem Público seja ofertado, deveríamos cobrar da cada consumidor uma taxa referente ao seu Benefício Marginal.

- **Taxas de Lindahl: exemplo →**

Financiamento dos Bens Públicos

- Suponha dois consumidores (agentes econômicos), A e B:
- Suponha que o CMg da primeira unidade seja $90.
  - A sociedade deve abrir mão de $90 em bens privados.
- Suponha que os BMgs dos consumidores A e B por essa unidade do bem público sejam $60 e $50.
- Se o bem público for ofertado teremos:

$$\boxed{\sum BMg > CMg \Rightarrow Ofertar}$$

- Temos um ganho marginal social de $20

Financiamento dos Bens Públicos

- Deveria ser ofertada uma segunda unidade do bem público ?
- Suponha que o CMg da segunda unidade seja $100.
  - Os bens privados vão se tornando cada vez mais escassos, logo, isso aumenta o CMg da provisão de unidades adicionais do bem público.
- Suponha que os BMgs dos consumidores A e B por essa unidade do bem público sejam $55 e $48.
  - Note que ainda existe um benefício marginal social = $3.

Financiamento dos Bens Públicos

- No caso de uma terceira unidade do bem público, suponha que o CMg = $120 e os BMgs para os agentes A e B sejam $49 e $45, respectivamente.
  - Nesse caso, a terceira unidade não deveria ser ofertada.
- Mas qual as taxas de Lindahl ?
- Duas unidades serão ofertadas e $55 + $48 é a soma mais próxima possível (por cima) de valores sacrificados de consumo privado pela unidade adicional de bem público.
- Assim, os impostos de Lindahl dos consumidores A e B devem ser $55 e $48, respectivamente.

Financiamento dos Bens Públicos

- Note que os impostos de Lindahl são impostos personalizados.
- A quantidade ótima de bem público é de 2 unidades, caso o bem não seja divisível.
- O excedente social é \$20 da primeira unidade mais \$3 da segunda. Portanto, o excedente total máximo é \$23.
- Mas quem garante que o benefício marginal de cada um dos agentes econômicos está correto ?
  - Eles poderiam declarar um valor mais baixo que o verdadeiro !

Financiamento dos Bens Públicos

- **Exemplo**
- Considere dois agentes, 1 e 2, em uma economia com um bem público e um bem privado. O agente 1 possui utilidade $U_1(G, x_1) = 4\,ln(G) + x_1$ sobre a quantidade G do bem público e a quantidade x_1 do bem privado. Para o agente 2, $U_2(G, x_2) = 6\,ln(G) + x_2$. Suas rendas são, respectivamente, $w_1 = 4$ e $w_2 = 6$. Seja gi a contribuição do agente i = 1,2 para a produção do bem público e suponha que a função de produção desse bem é $G = g_1 + g_2$. Se $\tau_1^*\ e\ \tau_2^*$ denotam as taxas de Lindahl do agente 1 e do agente 2, respectivamente, então $\tau_1^* = 2/5\ \ e\ \tau_2^* = 3/5$?

- A provisão eficiente do bem público ocorre quando a **soma** dos benefícios marginais se iguala ao custo marginal de produção do bem.
  - Tal condição nos diz que a soma dos valores absolutos das Taxas Marginais de Substituição entre o bem privado e o bem público dos dois consumidores deve ser igual ao custo marginal de prover uma unidade adicional do bem público.
  - Se soma dos benefícios marginais superar o CMg da provisão do bem público ele deverá ser ofertado → $\sum BMg > CMg \Rightarrow Ofertar.$

$$\frac{\partial c(G)}{\partial G} = \frac{\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial G}}{\frac{\partial u_1(x_1,G)}{\partial x_1}} + \frac{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial G}}{\frac{\partial u_2(x_2,G)}{\partial x_2}}$$

$$CMa(G) = |TMS_1| + |TMS_2|$$

- Definida a quantidade ótima do Bem Público, devemos responder a seguinte questão: como financiar a provisão do bem público, dado que trata-se de um bem não rival e não excludente, o que gera o Problema do Carona ?
- **Possibilidade →Taxas de Lindahl**
  - Caso o Bem Público seja ofertado, deveríamos cobrar da cada consumidor uma taxa referente ao seu Benefício Marginal.

- **Vamos ver um exemplo...**

$$u_1(G, x_1) = 4\,ln(G) + x_1$$

$$u_2(G, x_2) = 6\,ln(G) + x_2$$

$$\frac{\partial c(G)}{\partial G} = \frac{\frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G}}{\frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1}} + \frac{\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G}}{\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2}}$$

$$1 = \frac{\frac{4}{G}}{1} + \frac{\frac{6}{G}}{1} \rightarrow 1 = \frac{4}{G} + \frac{6}{G} \rightarrow \boxed{G^* = 10}$$

Como o CMg(G) = 1, com G = 10 → Custo = $10

$$BMg_1 = \frac{4}{G} = \frac{4}{10} \rightarrow \tau_1^* = \frac{2}{5}$$

$$BMg_2 = \frac{6}{G} = \frac{6}{10} \rightarrow \tau_2^* = \frac{3}{5}$$