CORECON-RJ
CONSELHO REGIONAL DE ECONOMIA

ANPEC - Microeconomia
Incerteza - Dúvidas

Prof. Antonio Carlos Assumpção

PROVA DE 2005 Questão 2

- Um indivíduo tem renda de $12,00. Este indivíduo tem a possibilidade de investir em um ativo de risco que dá um retorno unitário de $16,00, com probabilidade 0,5 e retorno zero, com probabilidade 0,5. O preço unitário do ativo é $3,00. Sua função de utilidade de Von Neumann-Morgenstern é $u(x) = \sqrt{x}$. Julgue as afirmativas:

(0) Sendo c_b seu consumo no estado bom e c_r no estado ruim, caso invista no ativo, sua utilidade esperada será $\sqrt{0,6c_b + 0,4c_r}$.

(1) Caso adquira o ativo, sua utilidade esperada será 4.

(2) Baseando-se no cálculo das utilidades esperadas, este indivíduo não deve adquirir o ativo de risco.

(3) O equivalente certeza na opção de comprar o ativo é 18.

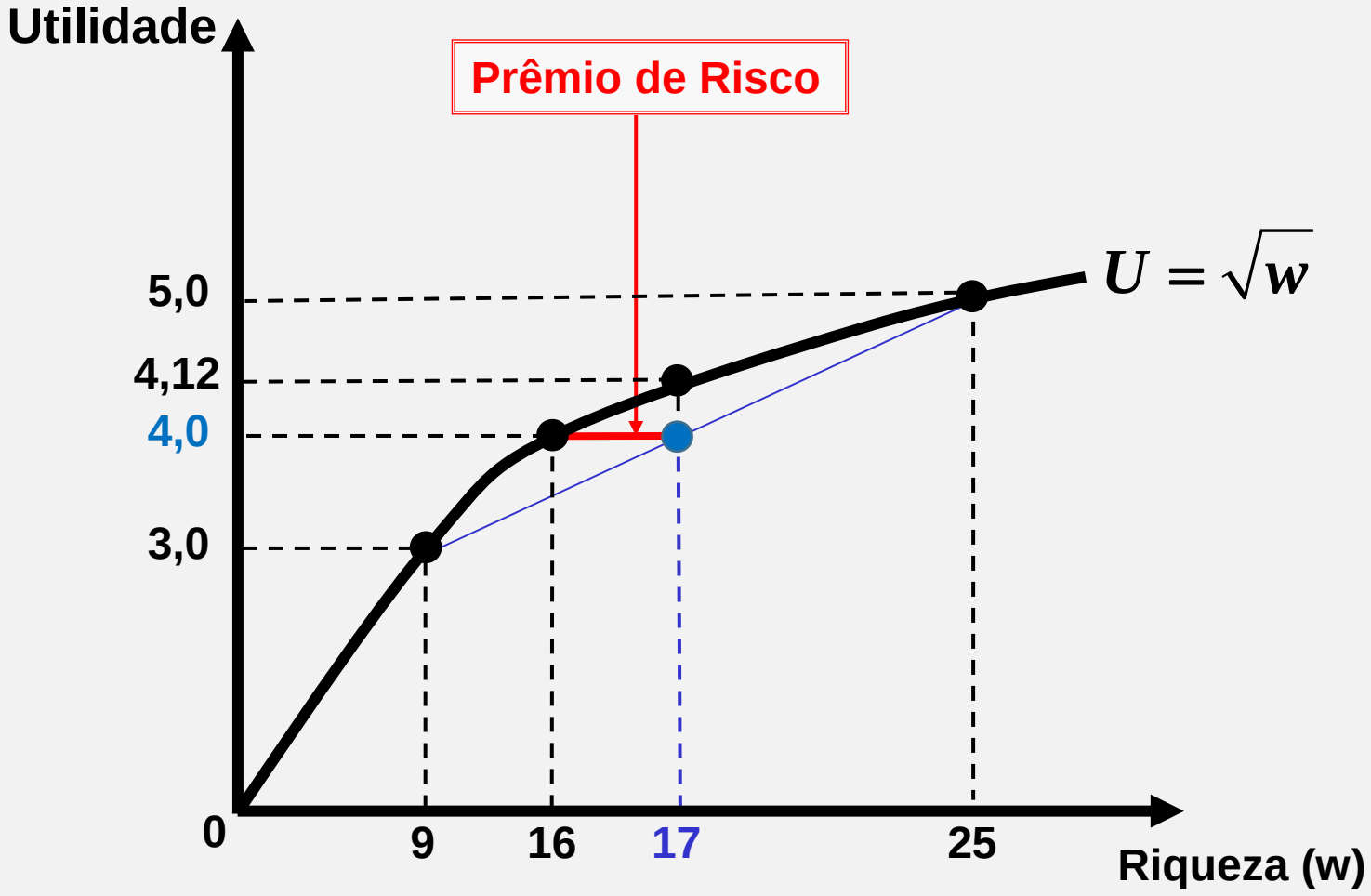
(4) Suponha que este indivíduo tenha a opção adicional de investir em um ativo sem risco com taxa de retorno r. O valor de r que o deixa indiferente entre o ativo de risco e o ativo sem risco é 33,33%.

- Note que a riqueza inicial é igual a w_0 = \$12,00 e ele pode comprar um ativo de risco ("entrar" na loteria).
- Comprando o ativo ele pode ganhar \$16 (probabilidade de 50%) ou não ganhar nada (\$0, com probabilidade de 50%).
- Entretanto, note que o ativo de risco possui um preço, ou seja, o indivíduo deve pagar \$3 por esse ativo.
- Sendo assim, temos:
  - (\$12 - \$3) + \$16 = \$25 , com probabilidade de 50%.
    - \$12 de riqueza inicial menos \$3 (preço do ativo) mais o ganho de \$16, com 50% de probabilidade.
  - (\$12 - \$3) + \$0 = \$9 , com probabilidade de 50%.
    - Ao comprar o ativo por \$3 ele pode ter um ganho nulo com esse ativo, ficando com \$9 , com 50% de probabilidade.
- Logo, ao comprar o ativo, a riqueza esperada é dada por:

$$E(w) = 0,5 \bullet \$25 + 0,5 \bullet \$9 \rightarrow E(w) = 17$$

- Claro, não comprando o ativo, a riqueza do indivíduo será \$12.

- Qual a utilidade da renda esperada ?
  - $Como\ E(w) = \$17 \rightarrow U(E(w)) = \sqrt{\$17} \rightarrow U(E(w)) = 4{,}12$
- Dito de outra forma, uma renda certa de $17 permite a esse indivíduo uma utilidade de 4,12.
- Note que, como ele é avesso ao risco (a função utilidade é estritamente côncava) uma renda incerta com esse valor esperado ($17) dará a ele um nível de utilidade menor.
- Vamos calcular a utilidade esperada caso ele compre o ativo de risco.
  - $Como\ E(U(w)) = 0{,}5 \bullet \sqrt{\$25} + 0{,}5 \bullet \sqrt{\$9} \rightarrow E(U(w)) = 4$
- Calculando o Equivalente Certo (EC): qual a renda certa que permitiria a essa indivíduo uma utilidade igual a $4 ?
  - $U = \sqrt{w} \rightarrow EC = \sqrt{4} \rightarrow EC = \$16$
- Com isso, o Prêmio de Risco é igual a $1 → Uma renda certa de $16 dá ao indivíduo a mesma utilidade (4) de uma renda incerta cujo valor esperado é $17.


Utilidade
Prêmio de Risco
$U = \sqrt{w}$
5,0
4,12
4,0
3,0
0
9
16
17
25
Riqueza (w)

(0) Sendo c_b seu consumo no estado bom e c_r no estado ruim, caso invista no ativo, sua utilidade esperada será $\sqrt{0,6c_b + 0,4c_r}$. **F**

- $Como\ Vimos: E\left(U\left(w\right)\right) = 0,5 \bullet \sqrt{\$25} + 0,5 \bullet \sqrt{\$9} \rightarrow E\left(U\left(w\right)\right) = 4 \neq \sqrt{0,6c_b + 0,4c_r}$

(1) Caso adquira o ativo, sua utilidade esperada será 4. **V**

- $Como\ Vimos: E\left(U\left(w\right)\right) = 0,5 \bullet \sqrt{\$25} + 0,5 \bullet \sqrt{\$9} \rightarrow E\left(U\left(w\right)\right) = 4$

(2) Baseando-se no cálculo das utilidades esperadas, este indivíduo não deve adquirir o ativo de risco. **F**

- A utilidade esperada ao adquirir o ativo é maior que a utilidade caso o indivíduo não compre o ativo, ficando com uma riqueza de $12.

- $Não\ adquirindo\ o\ ativo \rightarrow w_0 = \$12 \rightarrow U = \sqrt{12} = 3,46$
- $Adquirindo\ o\ ativo \rightarrow E\left(U\left(w\right)\right) = 0,5 \bullet \sqrt{\$25} + 0,5 \bullet \sqrt{\$9} \rightarrow E\left(U\left(w\right)\right) = 4$

(3) O equivalente certeza na opção de comprar o ativo é 18. **F**

- Como vimos, o Equivalente Certo é igual a $16.

(4) Suponha que este indivíduo tenha a opção adicional de investir em um ativo sem risco com taxa de retorno r. O valor de r que o deixa indiferente entre o ativo de risco e o ativo sem risco é 33,33%. **V**

- A pergunta é: qual a taxa de retorno (taxa de juros) que faz com que o indivíduo seja indiferente entre os dois ativos, sem risco e o equivalente certo ?
- Será que, ao investir $12, considerando uma taxa de retorno de 33,33%, ele terá $16 no futuro ? ($12 hoje equivalem a $16 no futuro se r = 33,33% ?)

• PROVA DE 2020 - Questão 2

(0) Considere um indivíduo avesso ao risco, com utilidade Von Neumann-Morgenstern e que investe em um ativo arriscado. Se o rendimento do ativo arriscado é taxado, então o consumidor tem um incentivo para investir menos nesse ativo. **F**

- Esse resultado depende dos retornos (dos ativos com risco e sem risco).Vamos falsear a afirmação com um exemplo.
- Suponha que um agente econômico aplique 50% da sua renda em ativos sem risco (Rf) e 50% em ativos arriscados (RA). Adicionalmente, suponha que Rf = 4% e RA = 16%. Caso a função utilidade seja $U = \sqrt{R}$.
- Suponha agora que a taxação do ativo arriscado reduza o seu retorno líquido para 15%:
  - $U = 0,5 \bullet \sqrt{4} + 0,5 \bullet \sqrt{15} \rightarrow U = 2,936$
- Mas a utilidade seria maior (necessariamente) caso ele reduzisse a aplicação em ativos arriscados ? Não.
  - $U = 0,51 \bullet \sqrt{4} + 0,49 \bullet \sqrt{15} \rightarrow U = 2,917$